College Library
SEP 27 1946

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon
vereinigt mit dem
Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik
begründet von Johannes Stark
herausgegeben von Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye
unter Mitwirkung der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt
Schriftleitung: Dr. Ludwig Bewilogua, Berlin-Dahlem

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal in Umfängen von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für RM 24.00 geliefert. Für den Bezug durch die Post RM 24.00 vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland RM 22.80, im Ausland RM 22.80. Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen und Beilagen werden nach Tarif berechnet. Alle Manuskripte und damit zusammenhängende Mitteilungen sind an Dr. Ludwig Bewilogua, Berlin-Dahlem, Siedlungsstraße 28, Fernruf Sammel-Nr. 76 01 91, zu senden. — Sämtliche Zuschriften und Anzeigenaufträge erbittet an den Verlag.

Nr. 9/12 — Ausgegeben im Dezember 1944 — 45. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

E. Kappler, Eine Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus dem Eindringversuch. S. 177—180.

P. Brauer und J. Hüchi, Über wellenlängenunabhängige Strahlungsmessungen mit Photozellen. S. 180—183.

P. Jordan, Über die Entstehung der Sterne. I. S. 183—190.

Wolfgang Riezler, Radioaktives Natrium mit der Masse 25. S. 191—192.

O. v. Auwers, Über die Gültigkeitsgrenzen der Gleichung $\frac{\partial J}{\partial \varphi} = \frac{|\varphi|}{\partial H}$. S. 192 bis 199.

F. Löhle, Über die Lichtzerstreuung im Nebel. S. 199—205.

M. Czerny, Ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes. S. 205—206.

M. Czerny, Einige Bemerkungen über die Intensitätsverteilung der kontinuierlichen Strahlung. S. 207—208.

M. Lang, Physik und Regelungstechnik. S. 209—223.

Zuschrift:

H. Hermann, Die aerodynamische Wärmekraftmaschine. S. 223—225.

A. Scheibe und U. Adelsberger, Normalfrequenzen-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deutschlandsender werktäglich auch sonntags für Juli und August 1944. S. 225.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1944. S. 226—227.

Berichtigung: S. 232.

Personalnachrichten: S. 231—232.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

CHEVY CHASE COLLEGE LIBRARY

Published by J. W. EDWARDS, *PUBLISHER*, for Foreign Periodicals, Inc., Ann Arbor, Michigan, U.S.A.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 9–12 | 1. Dezember 1944 | 45. Jahrgang

Redaktionsschluß für Nr. 13–15 am 15. Dezember 1944

Published by J. W. EDWARDS, PUBLISHER, for Foreign Periodicals, Inc., Ann Arbor, Michigan, U.S.A.

INHALT:

Abhandlungen:

E. Kappler, Eine Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus dem Eindringversuch. S. 177.

P. Brauer und J. Häckl, Über wellenlängenunabhängige Strahlungsmessungen mit Photozellen. S. 180.

P. Jordan, Über die Entstehung der Sterne I. S. 183.

W. Riezler, Radioaktives Natrium mit der Masse 25. S. 191.

O. v. Auwers, Über die Gültigkeitsgrenzen der Gleichung $\frac{\partial J}{\partial p} = \frac{\partial \lambda}{\partial H}$. S. 192.

F. Löhle, Über die Lichtzerstreuung im Nebel. S. 199.

M. Czerny, Ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes. S. 205.

M. Czerny, Einige Bemerkungen über die Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung. S. 207.

M. Lang, Physik und Regelungstechnik. S. 209.

Zuschrift:

H. Hermann, Die aerodynamische Wärmekraftmaschine. S. 223.

A. Scheibe und U. Adelsberger, Normalfrequenz-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deuschlandsender werktäglich $10^h\,40^{min}$ für Juli und August 1944. S. 225.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1944. Fortsetzung und Schluß. S. 226.

Besprechungen. S. 227.

Nachrichten. S. 230.

Vorankündigungen. S. 231.

ABHANDLUNGEN

Eine Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus dem Eindringversuch

Von Eugen Kappler

Zusammenfassung

Mißt man beim Eindringversuch, z. B. beim Brinell-Versuch, außer der Fläche des plastischen Eindrucks noch den elastischen Anteil der Eindringtiefe, so läßt sich der Elastizitätsmodul des Werkstoffes ermitteln.

Die Methode liefert also an einer bestimmten Stelle des Werkstoffes durch eine Messung zwei Eigenschaften, nämlich Härte und E-Modul. Sie dürfte zum Studium von metallkundlichen Fragen geeignet sein. Es werden Messungen mitgeteilt, wobei zwei rechtwinklig gekreuzte zylindrische Drähte gegeneinander gedrückt werden.

Es wird eine Methode beschrieben, aus dem Eindringversuch (z. B. dem Brinellversuch) den Elastizitätsmodul des Werkstoffs zu ermitteln. Dies ist möglich, wenn außer der Fläche des plastischen Eindrucks noch der elastische Anteil der Eindringtiefe gemessen wird.

Werden zwei beliebige Körper zur Berührung gebracht und mit einer solchen Kraft P aufeinander gedrückt, daß die Körper nur elastisch verformt werden, so ergibt sich im allgemeinen eine elliptische Berührungsfläche, deren Größe und Form durch die Last P, die Gestalt der Oberflächen und die elastischen Eigenschaften der beiden Körper bestimmt sind. Sind ϱ_{11}, ϱ_{12} bzw. ϱ_{21}, ϱ_{22} die 4 Hauptkrümmungen der Oberflächen der beiden Körper in ihrem Berührungspunkt, bevor die Kraft P wirkt, so sind nach H. Hertz[1]) die große und die kleine Halbachse a und b der Berührungsfläche gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} a &= u\sqrt[3]{\frac{3P(\vartheta_1+\vartheta_2)}{8(\varrho_{11}+\varrho_{12}+\varrho_{21}+\varrho_{22})}} \\ b &= v\sqrt[3]{\frac{3P(\vartheta_1+\vartheta_2)}{8(\varrho_{11}+\varrho_{12}+\varrho_{21}+\varrho_{22})}} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Dabei ist ϑ die Elastizitätskonstante, die mit dem E-Modul E folgendermaßen zusammenhängt:

$$\vartheta = \frac{4(m^2-1)}{m^2 E} \quad (2)$$

$m = \frac{1}{\mu}$, wo μ die Poissonsche Konstante bedeutet. u und v sind nur Funktionen des Achsenverhältnisses $k = \frac{a}{b}$ der Druckellipse, die von Hertz in Tabellenform ausgerechnet wurden.

1) H. Hertz, Ges. Werke, Bd. 1, S. 155 u. 174.

Für die Annäherung α der beiden Körper gilt:

$$\alpha = \frac{3\,P\,(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{8\,\pi\,a} \int_0^\infty \frac{dz}{(1 + k^2 z^2)(1 + z^2)} \cdot \tag{3}$$

und nach Einsetzen des Wertes von a aus Gleichung (1):

$$\alpha = \frac{1}{4\,\pi\,u} \int_0^\infty \frac{dz}{(1 + k^2 z^2)(1 + z^2)} \sqrt[3]{9\,P^2 (\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 (\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})} \cdot \tag{3a}$$

Voraussetzung für die Gültigkeit der Formeln ist, daß die Berührungsfläche klein ist verglichen zu den Hauptkrümmungsradien $\frac{1}{\varrho}$ der Oberflächen.

Aus der Halbachse a und der Annäherung α lassen sich die beiden Faktoren, welche für die geometrische Form der Berührungsfläche bestimmend sind, nämlich die Elastizitätskoeffizienten $\vartheta_1 + \vartheta_2$ und die geometrischen Daten der Oberflächen $(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})$ getrennt ermitteln. Das Produkt $\alpha \cdot a$ ist nämlich (s. Formel 3) unabhängig von der Gestalt der Oberflächen und hängt nur von der äußeren Last P und den Elastizitätskoeffizienten ab, während der Quotient $\frac{\alpha}{a^2}$ unabhängig von den elastischen Eigenschaften außer von P nur von der Gestalt der Oberfläche abhängt.

Aus Gleichung (1) und (3) folgt:

$$\alpha \cdot a = \frac{3\,P}{8\,\pi} (\vartheta_1 + \vartheta_2) \int_0^\infty \frac{dz}{(1 + k^2 z^2)(1 + z^2)} \tag{4}$$

$$\frac{\alpha}{a^2} = (\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22}) \frac{\int_0^\infty \frac{dz}{(1 + k^2 z^2)(1 + z^2)}}{\pi \cdot u^3} \cdot \tag{5}$$

Die Unabhängigkeit des Produktes $\alpha \cdot a$ von der Gestalt der Oberflächen läßt vermuten, daß man aus Formel (4) den E-Modul auch im Bereich der plastischen Verformung ermitteln kann. Wird die Last P so groß gewählt, daß bleibende Verformung eintritt, so setzt sich die Gesamtverformung aus 2 Anteilen zusammen, einem plastischen und dem elastischen Anteil. Für die gesamte Annäherung α_g bei der Last P gilt also:

$$\alpha_g = \alpha_{pl} + \alpha_{el} \tag{6}$$

α_{pl} = plastischer, α_{el} = elastischer Anteil der Annäherung.

Für α_{el} wären dann nach Gleichung (3a) die Hauptkrümmungen der nach der Entlastung sich einstellenden Oberflächen im Berührungspunkt maßgebend.

Für a gilt grundsätzlich das Gleiche. Die Versuche zeigen jedoch, daß jedenfalls bei Metallen die Halbachsen der plastischen und der elastischen Berührungsfläche gleich groß sind.

Wenn die Anwendung der Gleichung (4) auch auf plastische Verformungen zulässig ist, dann müßte $\alpha_{el} \cdot a$ als Funktion der Last P eine Gerade ergeben, aus deren Neigung $\vartheta_1 + \vartheta_2$ ermittelt werden kann.

Die elastische Annäherung erhält man aus Gleichung (6), wenn man die gesamte Annäherung unter der Last P und die bleibende Annäherung nach der Entlastung mißt. a erhält man durch mikroskopische Ausmessung des bleibenden Eindrucks.

Die Formeln (1)–(5) vereinfachen sich wesentlich, wenn die beiden Körper aus demselben Material bestehen und gleiche Form besitzen. Für den Fall, daß 2 gleiche, rechtwinklig gekreuzte zylindrische Drähte vom Radius r und dem E-Modul E aufeinander gedrückt werden, für welchen Fall unten einige Messungen mitgeteilt werden sollen, erhält man auch im Bereich plastischer Verformung eine kreisförmige Druckfläche. Es wird dann, wenn wir mit ϱ_1 und ϱ_2 die Hauptkrümmungen des bleibenden Eindrucks nach der Entlastung bezeichnen:

$$\left.\begin{aligned} u = v = k &= 1 \\ \int_0^\infty \frac{dz}{(1 + k^2 z^2)(1 + z^2)} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$a = b = \sqrt[3]{3 \frac{P}{E} \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{1}{2\,(\varrho_1 + \varrho_2)}} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{el} &= \frac{3}{2} \frac{P}{E} \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{1}{a} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt[3]{9\,P^2 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2}\right)^2 2\,(\varrho_1 + \varrho_2)} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\alpha_{el} \cdot a \doteq \frac{3}{2} \frac{P}{E} \frac{m^2 - 1}{m^2} \qquad (10)$$

$$\frac{\alpha}{a^2} = \varrho_1 + \varrho_2 . \qquad (11)$$

Die Bestimmung des E-Moduls aus Gleichung (10) setzt noch die Kenntnis der Poissonsschen Konstanten voraus.

Als Maß für die Härte ergibt sich aus den Messungen die nach Föppl[2]) definierte Zylinderdruckhärte zu:

$$H = \frac{P}{\pi a^2} .$$

Es wurde von uns eine Anordnung entwickelt, mit der an zylindrischen Drähten der plastische und der elastische Anteil der Annäherung gemessen werden kann. Sie wird in der Dissertation von L. Heißler[3]), der die folgenden Messungen entnommen sind, beschrieben.

Fig. 1 enthält $\alpha_{el}\ a$ als Funktion von P für die Materialien Silberstahl, Messing und Aluminium

Fig. 1. $\alpha_{el} \cdot a$ und Härte H als Funktion der Last P. Die einzelnen Meßpunkte sind an verschiedenen Stellen des Drahtes gemessen.

(Drähte von 3 mm Durchmesser). Die Kurven sind, wie vermutet, Geraden. Die aus Gleichung (10) berechneten E-Moduln sind in der Tabelle verzeichnet; für die Poissonssche Konstante wurden dabei die im Lehrbuch der praktischen Physik von Kohlrausch angegebenen Werte eingesetzt. Außerdem sind in der Figur die nach Gleichung (12) berechneten Härtewerte für die verschiedenen Belastungen eingetragen.

P	kg/cm²					
	Silberstahl		Messing		Aluminium	
kg	$E \cdot 10^{-6}$	$H \cdot 10^{-4}$	$E \cdot 10^{-6}$	$H \cdot 10^{-4}$	$E \cdot 10^{-6}$	$H \cdot 10^{-4}$
1					0,82	0,42
10	2,29	1,48	1,11	1,14	0,80	0,46
18					0,87	0,47
25	2,33	1,64	1,07	1,23		
35					0,88	0,48
40	2,39	1,74	1,12	1,31	0,90	0,47

2) Siehe Handbuch der Experimentalphysik, Bd. V, S. 350.
3) Erscheint demnächst a. a. O.

Die Streuung der Meßpunkte für $\alpha_{el} \cdot a$ ist größer als die Genauigkeit, mit der a und α_{el} gemessen werden können; sie ist auf Inhomogenitäten des Materials zurückzuführen. Die Kurven der Fig. 1 wurden so gewonnen, daß für jede Last P ein neuer Eindruck an einer anderen Stelle des Drahtes gemacht wurde. Eine kleinere Streuung ergibt sich, wenn man die Eindrücke immer an derselben Stelle herstellt, was bei den Messungen der Fig. 2 geschehen ist. Hier zeigt

Fig. 2. $\alpha_{el} \cdot a$ und Härte H als Funktion der Last P. Die einzelnen Meßpunkte sind an derselben Stelle des Drahtes gemessen.

sich bei allen Werkstoffen eine deutliche Abweichung der $\alpha_{el} \cdot a$-Kurven von einer Geraden. Für den E-Modul ergeben sich mit wachsender Last größere Werte. Dies liegt, wie in der Dissertation von Heißler näher ausgeführt wird, an einer elastischen Nachwirkung bei der Messung von α_{el}, die nach mehrmaliger Wiederholung der Belastung an ein- und derselben Stelle größer ist als bei einmaliger Belastung.

Die Härtewerte nehmen mit wachsender Last zu. Dies liegt wie bei der Brinellhärte daran, daß die Eindrücke bei verschiedenen Lasten nicht geometrisch ähnlich sind. Dies ist aus Fig. 3 er-

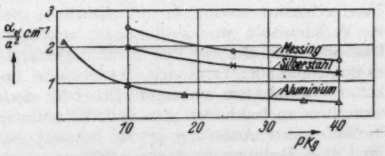

Fig. 3. $\frac{\alpha_{el}}{a^2} = \varrho_1 + \varrho_2$ als Funktion der Last P.

sichtlich. Dort sind für die Messungen der Fig. 1 die Werte von $\frac{\alpha_{el}}{a^2}$, die nach Gleichung (10) gleich der Summe der Hauptkrümmungen sind, als Funktion der Last aufgetragen. Sie sind ebenfalls lastabhängig und nähern sich mit wachsender Last einem konstanten Wert ähnlich wie auch die Härte H.

Da unmittelbar nach der Entlastung infolge der elastischen Nachwirkung ein zu kleiner Wert für den elastischen Anteil der Annäherung gemessen wird, eignet sich die Methode nicht zu Absolutmessungen des E-Moduls. Daß das Verfahren die Kenntnis der Poissonschen Konstanten voraussetzt, ist insofern weniger nachteilig, als erstens die Werte von μ für die verschiedenen Stoffe nur wenig differieren und zweitens der Ausdruck $\frac{m^2-1}{m^2}$ mit μ nur wenig sich ändert. So ändert sich z. B. für $\mu = 0{,}33$ der Wert von $\frac{m^2-1}{m^2}$ nur um etwa 2 Proz., wenn μ sich um 10 Proz. ändert. Die Methode dürfte brauchbar sein zur Messung relativer Änderungen des E-Moduls und der Härte, z. B. bei der Untersuchung metallkundlicher Fragen, etwa zum Studium der Ausscheidungshärtung, da sie gleichzeitig zwei Eigenschaften des Werkstoffs, und zwar an derselben Stelle liefert.

Die Methode läßt sich auch auf den Brinellversuch anwenden; es muß dann der E-Modul der eingedrückten Stahlkugel bekannt sein.

München, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 25. März 1944)

Über wellenlängenunabhängige Strahlungsmessungen mit Photozellen

Von P. Brauer und J. Häckl

Zusammenfassung

Ein einfaches Verfahren, eine Thermosäule in gewissen durch Alkali-Photozellen erreichbaren Spektralgebieten zu ersetzen durch Photozellen mit vorgesetzten Spektralfiltern, wird angegeben. Da das Verfahren außerordentlich viel empfindlicher ist als thermoelektrische Meßverfahren, macht es insbesondere Strahler geringer Leuchtdichte (z. B. nachleuchtende Phosphore) der Messung zugänglich.

Einleitung

Bei der Notwendigkeit, die Energie einer Lichtstrahlung zu messen, besteht in vielen Fällen die Schwierigkeit, daß die hierfür zunächst geeignet erscheinenden thermoelektrischen Methoden zu unempfindlich sind. Man pflegt dann die Thermosäule durch eine geeignete Photozelle zu ersetzen, wobei man allerdings zuvor die spektrale Eigenempfindlichkeit derselben kennen bzw. durch Vergleich mit dem Thermoelement bestimmen muß. Doch ist dieses Verfahren an zwei Bedingungen geknüpft: Das Spektrum der auf ihre Strahlungsenergie zu untersuchenden Lichtquelle muß erstens bekannt und zweitens unveränderlich oder doch wenigstens so beschaffen sein, daß der zeitliche Verlauf seiner Änderung genau bekannt ist. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so ist im allgemeinen eine auch nur relative Energiemessung mit der Photozelle unmöglich. Ein Beispiel von vielen, bei denen dies der Fall ist, folge hier: Die Farbe des Leuchtens eines Phosphors ist meist mehr oder weniger temperaturabhängig, besonders bei Mehrbanden- und Mischphosphoren. Treibt man nun die im Phosphor aufgespeicherte Lichtsumme durch allmähliches Erwärmen desselben aus, so hat das Phosphorlicht zu verschiedenen Zeitpunkten verschiedene spektrale Zusammensetzung. Die etwa zu messende Lichtsumme kann also mit einer Photozelle nicht bestimmt werden, auch wenn man ihre spektrale Empfindlichkeitskurve kennt.

Nun wurde gerade für diesen Fall von dem einen von uns (Brauer) ein Verfahren entwickelt[1]), welches auf spektralphotographischem Wege die Messung derartiger Lichtsummen gestattet. Die Lichtsumme wird hierbei mittels eines Spektrographen spektral zerlegt und der auf jedes enge Wellenlängengebiet fallende Anteil einzeln gemessen, worin die besonders angestrebte Eigenart dieses Verfahrens besteht. Manchmal interessiert man sich aber, um bei dem gleichen Beispiel zu bleiben, gar nicht für die spektrale Zerlegung, sondern nur für die Gesamtlichtsumme, und hier ist das genannte Verfahren zwar durchaus brauchbar, aber doch nicht eigentlich zweckentsprechend.

Wir haben deshalb ein anderes Verfahren entwickelt, welches darin besteht, aus Photozellen und Filtern einen Strahlungsempfänger derart zusammenzusetzen, daß seine Empfindlichkeit in einem gewissen Bereiche gleich dem Thermoelement wellenlängenunabhängig wird. Dieses Verfahren wird im folgenden beschrieben.

---

1) P. Brauer, Ann. d. Phys. (V) **36**, 97, 1939 und Zeitschr. f. Phys. **114**, 245, 1939.

Beschreibung des Verfahrens

Wir gingen folgendermaßen vor. Von einigen technischen Photozellen wurde zunächst mit einer genau kontrollierten Glühlampe, deren Licht durch einen Zeiß-Quarz-Doppelmonochromator zerlegt wurde, die spektrale Empfindlichkeitskurve bestimmt. Das in Frage kommende Bereich derselben umfaßte im wesentlichen nur das „selektive Maximum" derselben. Es wurde bei der ganzen Arbeit Wert darauf gelegt, möglichst mit handelsüblichen Bestandteilen durchzukommen. Die zur Verfügung stehenden Vakuumphotozellen erlaubten es nicht, aus ihren spektralen Empfindlichkeitskurven $e_\varkappa = e_\varkappa(\lambda)$; $\varkappa = 1 \ldots k$ eine zusammenzusetzen, welche bis auf einen konstanten Faktor mit der wellenlängenunabhängigen der Thermosäule übereinstimmte. Dazu waren der selektiven Maxima der im wesentlichen aus *Cs* oder *K* bestehenden Kathoden zu wenige, außerdem lagen sie zu weit auseinander. Durch Kombination von Glasfiltern der Firma Schott u. Gen. mit den Photozellen war es jedoch möglich, die genügende Mannigfaltigkeit zu erhalten. Die aus der Filterdurchlässigkeitskurve $d_\mu = d_\mu(\lambda)$; $\mu = 1 \ldots m$, und Empfindlichkeitskurve der Photozelle $e_\varkappa = e_\varkappa(\lambda)$ gewonnene „effektive Empfindlichkeitskurve" $E_{\varkappa\mu} = d_\mu e_\varkappa$ wurde nachträglich durch Messung genau festgelegt. Durch Multiplikation jeder einzelnen „effektiven Empfindlichkeitskurve" $E_\nu = E_\nu(\lambda)$ mit einem konstanten Faktor c_ν und Addition der so erhaltenen Teilkurven $c_\nu E_\nu$ erhält man eine zusammengesetzte Empfindlichkeitskurve

$$E = \Sigma c_\nu E_\nu , \qquad (1)$$

die „energiegleich" ist, d. h. sich bis auf einen konstanten Faktor mit der Empfindlichkeit der Thermosäule in Übereinstimmung bringen läßt, wenn über die Faktoren c_ν durch Probieren geeignet verfügt wird.

Will man die gewonnene energiegleiche Summenkurve E zu einer Messung ausnutzen, so ergeben sich zwei Möglichkeiten der Auffassung der Faktoren c_ν. Zunächst haben diese ja die Bedeutung, daß man entsprechend ihrem gegenseitigen Verhältnis

$$c_1 : c_2 : \ldots c_\nu : \ldots c_n$$

den gesamten zu messenden Lichtstrom intensitätsmäßig im gleichen Verhältnis in n Teillichtströme aufteilt, die dann einzeln gleichzeitig die einzelnen Filter-Photozellen-Kombinationen treffen. Die Photoströme können auf ein Meßinstrument gegeben werden. Diese Anordnung erfordert einigen apparativen Aufwand und liefert das Ergebnis schnell, hat aber starke, schwer zu beurteilende Fehlerquellen.

In vielen Fällen, nämlich immer dann, wenn die zu untersuchende Lichtquelle konstant ist, oder wenn sie reproduzierbar emittiert, kann man wesentlich einfacher bei erhöhter Genauigkeit zum Ziel kommen, indem man n Wiederholungen von Einzelmessungen macht, wobei man jedesmal eine andere Photozellen-Filterkombination mit der effektiven Empfindlichkeit E_ν verwendet, die bei jeder Messung erhaltenen Galvanometer bzw. Elektrometerausschläge mit dem entsprechenden c_ν multipliziert und die Summe (1) berechnet. Dies Verfahren benötigt geringsten apparativen Aufwand, ist empfindlicher, da keine Teilung des Lichtstromes eintritt, und braucht nur so viel Photozellen, als bezüglich des Kathodenmaterials verschiedene verwendet werden, nämlich k (in unserem Fall: 2) im Gegensatz zu dem vorher genannten, wo deren ν (in unserem Fall: 5) benötigt werden, nämlich so viel, wie „effektive Empfindlichkeitskurven" benutzt werden.

Tabelle I

Photozelle Firma Pressler	Filter Firma Schott	Filterdicke mm	Effektive Empfindlichkeitskurve E_ν in Fig. 2	Empirischer Reduktionsfaktor c_ν
Spezial I V	VG 9	2	Ia	2,50
Spezial I V	OG 3	2	Ib	0,50
Cs K V	RG 10	2	IIa	0,63
Cs K V	RG 7	2	IIb	0,50
Cs K V	UG 6	2	IIc	11,0

In einem konkreten Fall, bei welchem in einem Spektralgebiet von 5000–9500 Å gearbeitet werden sollte, ergaben sich die in den Fig. 1–4 und Tabelle I gezeigten Verhältnisse. In Fig. 1 sind die spektralen, nicht reduzierten Empfindlichkeitskurven $e_\varkappa$ der verwendeten Photozellen dargestellt, wie sie sich darbieten bei Verwendung einer normalbelasteten Glühlampe, deren Licht durch einen Doppelmonochromator zerlegt wird. Die Energieverteilung dieser Lichtquelle ist in Fig. 3 (Kurve *Th*) zu finden. Die Filterdurchlässigkeitskurven d_μ waren durch Angaben der Lieferfirma bekannt. Durch Probieren wurden geeignete Filter ausgewählt; sie sind in Tabelle I angegeben. Die berechneten Filter-Photozellenkombinationen $E_\nu = E_{\varkappa\mu} = d_\mu e_\varkappa$ wurden ebenso wie die Photozellen nachgemessen; die Resultate sind in Fig. 2 dargestellt. Die Ordinaten je einer solchen Kurve wurden nun mit je einem passenden Faktor c_ν multipliziert. Die so gefundenen Teilkurven $c_\nu E_\nu$ sind ebenso wie ihre Summenkurve E in Fig. 3 angegeben. Die Faktoren c_ν finden sich in Tabelle I zusammengestellt. Fig. 4 endlich zeigt das Verhältnis vom erreichten Näherungswert E zum Sollwert *Th*.

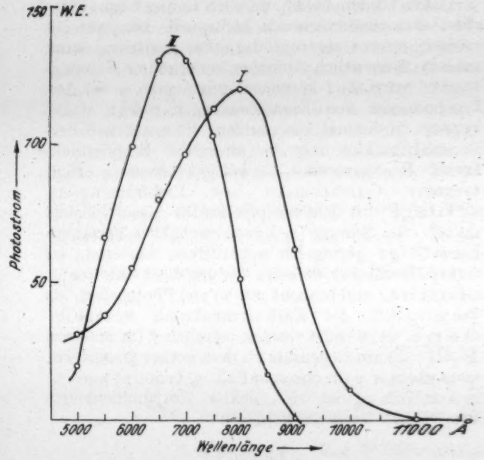

Fig. 1. Spektrale Empfindlichkeitskurven der verwendeten Photozellen, nicht reduziert; Lichtquelle: normal belastete Glühlampe mit Quarzdoppelmonochromator, Energieverteilung siehe Fig. 3 Kurve *Th* (Kurve *I*: Preßler Spezial I V; Kurve *II*: Preßler Cs K V).

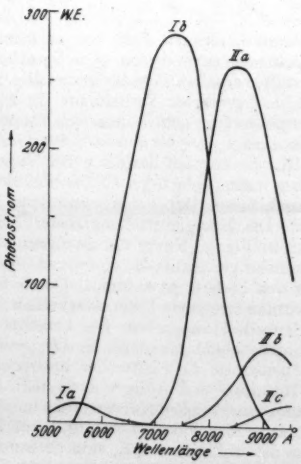

Fig. 2. Effektive Empfindlichkeitskurven E, der in Tabelle I angegebenen Kombinationen von Photozellen und Glasfiltern bei Verwendung der gleichen Lichtquelle wie bei Fig. 1.

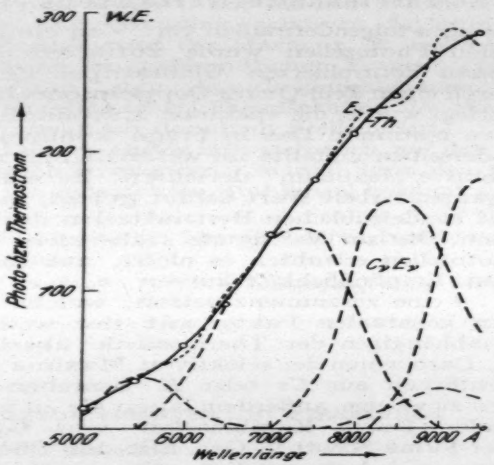

Fig. 3. Teilkurven $c_\nu E_\nu$, ihre Summenkurve E und die durch letztere zu ersetzende, mit der Thermosäule gemessene Kurve *Th*. Lichtquelle wie bei Fig. 1 und 2.

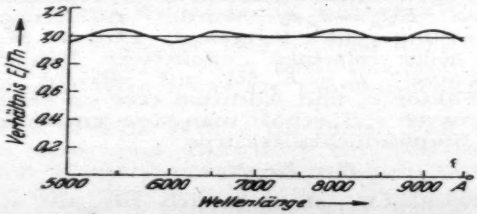

Fig. 4. In vorliegendem Beispiel erreichte Annäherung an die Frequenzunabhängigkeit (Verhältnis E/Th).

Kontrolle des Verfahrens

Das Meßverfahren läßt sich, wie aus dem Vorausgegangenen ersichtlich, sehr bequem kontrollieren, indem man die Filter-Photozellenanordnung gegen eine Thermosäule mit geeignetem Galvanometer austauscht, wobei man allerdings als „zu untersuchende Lichtquelle" eine zu wählen hat, deren Intensität sich um einen größeren Betrag ändern läßt. Letztere Forderung erfüllt aber z. B. schon eine Glühlampe mit vorgesetztem rotierendem Sektor.

Empfindlichkeit

Der Gewinn an Empfindlichkeit ist besonders dann bedeutend, wenn die Lichtquelle geringe Leuchtdichte hat, sich aber mit

großer Leuchtfläche herstellen läßt, wie dies etwa bei Phosphoren der Fall ist, da die große Kathodenfläche handelsüblicher Photozellen dadurch aufs beste ausgenutzt werden kann. Die Grenze der Empfindlichkeit wird wesentlich durch die kleinsten Maxima der E_ν-Kurven (Fig. 2) bestimmt bzw. derjenigen, die mit dem größten c_ν multipliziert werden müssen.

Bei Verwendung einer einfachen Aufladeschaltung mit Edelmann-Saitenelektrometer, Photozellen Spezial I V und Cs K V der Firma Preßler (Leipzig) ergab sich eine Empfindlichkeitssteigerung gegenüber einer Großflächenthermosäule nach Moll der Firma Kipp Zonen (Delft) in Verbindung mit einem Zernicke-Galvanometer Typ *Zc* der gleichen Firma von rund 1000. Damit ist aber die Grenze nicht erreicht. Durch Zerhacken des Lichtes – etwa mittels eines rotierenden Sektors – oder des Photostromes und Verstärken desselben kann man die Empfindlichkeit noch wesentlich vergrößern.

Herrn Prof. Dr. R. Tomaschek möchten wir für stete Förderung der Arbeit danken.

München, Dezember 1943.

(Eingegangen 8. April 1944)

Über die Entstehung der Sterne

I. Grundlagen der Theorie

Von P. Jordan

A. Sommerfeld gewidmet

Zusammenfassung

Nachdem Unsöld begründet hat, daß eine Supernovaexplosion nicht als Zustandsänderung eines schon vorhandenen, sondern als Entstehung eines neuen Sternes aufzufassen sei, werden ältere Überlegungen des Verfassers zur Kosmologie und Sternentstehung näher ausgeführt. Die Methode der Untersuchung besteht darin, daß die großen dimensionslosen Naturkonstanten als Funktionen des als Vielfaches von $\tau = l/c$ (mit $l = 2 \cdot 10^{-13}$ cm) gemessenen Weltalters γ angesehen werden. (Zurzeit $\gamma \cong 10^{40}$.) Unter Wahrung des Energieprinzips entsteht ein Stern mit der Masse $\approx \gamma^{1/2} \cdot m_H$ und ungefährer Kerndichte, also einem Radius $\approx \gamma^{1/2} \cdot l$, durch einen quantenphysikalischen Elementarprozeß, in welchem gleichzeitig $\sim \gamma^{3/2}$ Elementarteilchen neu entstehen. Die Möglichkeit, hieraus auch die Höhenstrahlung zu verstehen, wird erörtert.

Vor einigen Jahren habe ich einige Überlegungen zur Kosmologie vorgetragen[1]), die zu Ergebnissen von extremer Merkwürdigkeit führten. Die empirischen Unterlagen der damaligen Betrachtungen waren wenig umfangreich, und eine ausführlichere Entwicklung der Einzelheiten der Theorie schien verfrüht. Heute möchte ich erneut auf den Gegenstand zurückkommen, um einige damals nur andeutungsweise berührte Fragen genauer zu klären, und um den Vergleich mit der Erfahrung zu erweitern.

Den Anstoß zu dieser erneuten Behandlung gaben neue Ergebnisse Unsölds[2]). Dieser hat gefunden, daß Sternen der „frühen" Spektraltypen nach Ausweis des dort vorliegenden Wasserstoff-Helium-Verhältnisses ein Alter von nur etwa 10^7 Jahren zugesprochen werden kann. Er hat danach die Folgerung gezogen, daß die Entstehung solcher Sterne auch noch heute beobachtbar sein dürfte, und Gründe für die Vermutung beigebracht, daß die Supernova-Ausbrüche als solche Sternentstehungen anzusprechen seien – im Gegensatz zu den bisherigen Vorstellungen, wonach ein solcher Ausbruch als ein Vorgang an einem schon vorhanden gewesenen Stern aufzufassen wäre.

§ 1. Makrophysikalische Kosmologie. Von den sechs wesentlichen empirischen Größen der Kosmologie sind drei durch terrestrische Ermittlungen bestimmbar:

Lichtgeschwindigkeit c;

Gravitationskonstante

$$\varkappa = 8\pi f/c^2 = 1{,}87 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{g^{-1}\,cm};$$

Weltalter $A \cong 10^{10}$ Jahre $= 3 \cdot 10^{17}$ sec.

Die Statistik der Spiralnebel[3]) liefert drei weitere Größen: Hubble-Konstante α; mittlere kosmische Massendichte μ; „Krümmungs-

1) P. Jordan, Ann. d. Phys. **36**, 64, 1939.

2) A. Unsöld; erscheint demnächst. Für die freundliche Mitteilung seiner Ergebnisse und freundliche Ratschläge bin ich Herrn Unsöld sehr zu Dank verpflichtet.

3) Die Methoden und Ergebnisse der Nebelstatistik sind in übersichtlicher Zusammenfassung erläutert bei: O. Heckmann, Theorien der Kosmologie. Berlin 1942.

radius" R. Letzterer ist dadurch empirisch definiert, daß die im Entfernungsintervall $r, r+dr$ zu beobachtenden Massen erfahrungsgemäß nicht gleich $\mu \cdot 4\pi r^2 dr$ sind, sondern gleich

$$dM = \mu \cdot 4\pi r^2 dr \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \tag{1}$$

Andererseits ist α dadurch definiert, daß die Spektrallinien der Nebel in der Entfernung r eine Rotverschiebung

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \alpha \frac{r}{c} \tag{2}$$

zeigen.

Für μ wurden früher von de Sitter Werte 10^{-25} bis 10^{-26} g cm^{-3} geschätzt. Heute wird von manchen Verfassern $\mu = 10^{-30}$ g cm^{-3} angenommen; doch rechnet z. B. Zwicky[4]) weiterhin mit einem etwas größeren Wert, nämlich $\mu = 10^{-28}$ g cm^{-3}; dieser Wert, der auch von Becker[5]) als wahrscheinlichster angesehen wird, paßt besser zu unseren Überlegungen.

Aus Dimensionsgründen müssen α, μ, R durch c, $\varkappa$, A ausdrückbar sein; und die Zahlenwerte sind nun auffälligerweise so, daß man bis auf Faktoren der Größenordnung 1 behaupten kann:

$$\alpha = A^{-1}; \tag{3}$$

$$R = cA; \tag{4}$$

$$\mu = \frac{1}{\varkappa c^2 A^2}. \tag{5}$$

Die Beziehungen (1) bis (4) legen eine anschauliche Deutung nahe: Wir stellen uns – unter den verschiedenen bislang erörterten Annahmen die einfachste und anschaulichste wählend – das Weltall vor als Riemannschen Raum mit einem Krümmungsradius R, welcher größenordnungsmäßig mit Lichtgeschwindigkeit wächst, und welcher im Beginn des Weltalters einen sehr kleinen Wert gehabt hat. Das Weltall hat also auch eine endliche Masse der Größenordnung $M = \mu R^3$.

In Verbindung mit der durch Gleichung (4) beschriebenen Expansion führt aber Gleichung (5) zu einer merkwürdigen Folgerung: Die Annahme einer zeitlichen Konstanz von $\varkappa$ und M ist unmöglich. Denn dann müßte μ proportional A^{-3} statt A^{-2} sein. Mindestens eine dieser Größen – oder sogar beide – muß man als Funktion des Weltalters A ansehen.

Man kann sich dieser Folgerung nicht etwa dadurch entziehen, daß man die Beziehung (5) als eine zufällige, nur für den heutigen Wert von A bzw. R gültige ansieht. Die mit Gleichung (5) gleichbedeutende Beziehung

$$\varkappa M = R \tag{6}$$

ist ja schon aus der allgemeinen Relativitätstheorie (Theorie des endlichen Riemannschen Raumes ohne Expansion) geläufig, in der exakten Gestalt $\varkappa M = 4\pi^2 R$.

Man könnte allerdings denken, daß aus Gründen der Energiehaltung jedenfalls M zeitlich konstant sein müßte; doch darf man in der Aufstellung einer kosmischen Energiebilanz die Gravitationsenergie nicht vergessen. Schreibt man Gleichung (6) in der Form

$$f\frac{M^2}{R} = Mc^2, \tag{7}$$

so ergibt sich: Die Summe der Einzelenergien aller Elementarteilchen der Welt ist größenordnungsmäßig gleich dem Betrage ihrer wechselseitigen Gravitationsenergien; und es liegt nahe, diese empirische Größenordnungsgleichheit hypothetisch zu verschärfen zu der Annahme einer Gesamtenergie Null für das Weltall[6]).

Allerdings haben Gamow und Teller[7]) ausgeführt, daß die kinetische Energie der Nebelflucht – die offenbar bis auf einen Faktor, der fast genau gleich 1 ist, mit Mc^2 übereinstimmt – etwa 600mal größer sei, als die potentielle Energie der Gravitation; jedoch dürften in Wahrheit die Genauigkeiten in der Ermittlung der kosmologischen Größen nicht ausreichen, um einen so wenig von 1 verschiedenen Faktor als real zu erweisen. Das Zustandekommen dieses Faktors hängt wesentlich an der Annahme $\mu = 10^{-30}$ g cm^{-3}, während mit $\mu = 10^{-28}$ g cm^{-3} die Unstimmigkeit verschwindet. Da aber der Gamow-Tellersche Faktor, wenn er real wäre, ein Versagen der durch die allgemeine Relativitätstheorie begründeten Beziehung (6) bedeuten würde, scheint es gut begründet, ihn für nicht real zu halten.

Wir kommen also zu dem Schluß, daß seitens des Energieprinzips eine beliebige zeitliche Veränderlichkeit von $\varkappa$ und M zugelassen wird, so-

4) Zwicky, Phys. Rev. **55**, 726, 1939.

5) W. Becker, Sterne und Sternsysteme. Dresden-Leipzig 1942.

6) Die Formulierung und Bedeutung des Energiesatzes im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie ist bekanntlich Gegenstand längerer Diskussionen gewesen. Eine Energiedefinition, welche dazu führt, daß der abgeschlossene Kosmos die Gesamtenergie Null besitzt, ist schon früher von verschiedenen Verfassern vertreten worden; wir möchten die demgegenüber von Einstein vertretene andersartige Auffassung für einen Rückschritt halten. Vgl. W. Pauli jr., Enzyklop. d. math. Wiss.

7) A. Gamow und E. Teller, Phys. Rev. **55**, 654, 1939.

fern nur die Beziehung (5), (6) gewahrt bleibt. Es entsteht dann die Aufgabe, das Gesetz der Zeitabhängigkeit von $\varkappa$ zu bestimmen. Dirac, welcher den Gedanken einer kosmologischen Zeitabhängigkeit der Gravitationskonstanten gefaßt hat, begründete die Vorstellung, daß $\varkappa$ umgekehrt proportional mit A sei; der sich von unseren Annahmen aus ergebenden Folgerung, daß dann M proportional A^2 sein müsse, ist Dirac jedoch ausgewichen durch die Aufstellung einer Kosmologie mit unendlichem ebenem Raum und unendlicher Gesamtmasse[8]).

Man wird natürlich, wenn man eine zeitliche Veränderlichkeit der Gravitationskonstanten in Betracht zieht, auch an eine räumliche Ungleichmäßigkeit des Wertes $\varkappa$ denken müssen[9]). Wir wollen aber annehmen, daß diese räumliche Ungleichmäßigkeit gering, und daß der terrestrische Wert $\varkappa$ nur wenig verschieden vom heutigen kosmischen Mittelwert von $\varkappa$ sei. Wäre jedoch dieser Mittelwert etwa 10mal größer, als der terrestrische, so würde man auch mit $\mu = 10^{-29}$ g cm^{-3} befriedigend auskommen.

§ 2. Mikrophysikalische Kosmologie. Eine dimensionslose Zahl, wie etwa e^2/hc, bedeutet eine Aufgabe für die Theorie: Unsere allgemeinen Vorstellungen vom Wesen physikalischer Naturgesetzlichkeit lassen uns erwarten, daß der empirische Zahlwert dieser Konstanten nicht zufällig, sondern in einer noch unbekannten Gesetzmäßigkeit begründet ist. Darüber hinaus führen diese allgemeinen Vorstellungen zu der Erwartung, daß eine solche dimensionslose Naturkonstante höchstens von mittlerer Größenordnung sein kann — wie ja in der Tat e^2/hc von gleicher Größenordnung, wie etwa das Reziproke von $2\pi^2$ ist. Dagegen kommt man bekanntlich auf dimensionslose Zahlen ganz anderer Größenordnungen, wenn man die kosmologischen Größen in mikrophysikalischen Maßstäben mißt.

Entsprechend den vier physikalischen Dimensionen — Länge, Zeit, Masse, Temperatur — gibt es vier atomphysikalische Grundkonstanten: c, h, k, $l = 2{,}0 \cdot 10^{-13}$ cm. Sie können benutzt werden, natürliche Maßeinheiten für die vier Dimensionen zu begründen: Neben der Elementarlänge l und der Elementarzeit $\tau = l/c$ erhalten wir eine Masseneinheit $\hbar/lc$, die annähernd der Mesonmasse m_M ($= 10^{-1}$ Protonmasse m_P) entspricht. Endlich erhalten wir aus $kT = \hbar c/l$ eine Elementartemperatur $T_e = 10^{12}$ Grad, welche dadurch ausgezeichnet ist, daß in einem nichtentarteten Gas jedes Teilchen größenordnungsmäßig eine kinetische Energie $m_M c^2$ besitzt, und daß schwarze elektromagnetische Strahlung dieser Temperatur eine Energiedichte $m_M c^2/l^3$ erreicht.

Ausgedrückt in diesen Einheiten bekommen wir für $\varkappa$, R und M die Haas-Eddingtonschen Beziehungen

$$\varkappa \cong \gamma^{-1} l/m_M; \tag{8}$$

$$R = \gamma l; \tag{9}$$

$$M = \gamma^2 m_M, \tag{10}$$

in welchen γ die dimensionslose Zahl

$$\gamma = 10^{40} \tag{11}$$

bedeutet. Diese Beziehungen wurden aufgefunden, bevor der Hubble-Effekt bekannt war; sie gaben damals Veranlassung, an das Vorhandensein einer dimensionslosen Naturkonstante der riesigen Größe (11) zu glauben. Eine solche Naturkonstante widerspräche aber den obigen grundsätzlichen Erwägungen: Der von Eddington gemachte Versuch, einen solchen dimensionslosen Zahlwert als theoretisch begreifbar zu erweisen, kann nicht überzeugen.

Es ist nun von Dirac der Gedanke ausgesprochen, daß man das Problem einer dimensionslosen Naturkonstanten der Größe (11) völlig loswerden kann, indem man beachtet, daß der in Gleichung (9) auftretende Wert γ für die Theorie des expandierenden Weltraums gar keine Konstante, sondern ein Maß für das heutige Weltalter ist:

$$A = \gamma\tau. \tag{12}$$

Hält man trotzdem daran fest, daß das in Gleichung (8) auftretende γ seiner Bedeutung nach dasselbe γ sei wie in Gleichung (9), so wird die Gravitationskonstante eine Funktion von A oder R; und die Masse M ebenfalls:

$$\varkappa = \frac{l^2}{R m_M}; \quad M = \frac{R^2 m_M}{l^2}. \tag{13}$$

Die beiden Gleichungen (13) sind wegen $R = \varkappa M$ gleichbedeutend, so daß nur eine von ihnen als wesentlich neu zu den in § 1 besprochenen Beziehungen hinzukommt, und die zeitliche Veränderlichkeit von $\varkappa$ und M einzeln festlegt, während durch $R = \varkappa M$ nur die Zeitproportionalität des Produktes $\varkappa_M$ gegeben war.

Entschließt man sich mit Dirac, die Gravitationskonstante als zeitlich veränderlich anzusehen, so muß man, wie Dirac ausgesprochen hat, auch für das Massenverhältnis $m_P : m_0$ von Proton und Elektron eine — beispielsweise logarithmische — Zeitabhängigkeit als

8) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A **165**, 199, 1938.

9) Die Frage, wie die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie zu erweitern seien, um eine Berücksichtigung einer nichtkonstanten Größe $\varkappa$ zu ermöglichen, wird in der Fortsetzung dieser Arbeit behandelt.

denkbar ansehen. Demgegenüber ist jedoch, wie früher ausgeführt wurde[10]), festzustellen, daß empirische Tatsachen eine kosmologische Konstanz sowohl 1. der Feinstrukturkonstante als auch 2. der Kernbindungskräfte beweisen. Und zwar ist 1. zu entnehmen aus den spektroskopischen Beobachtungen an weit entfernten Objekten; und 2. aus den bekannten radioaktiven „Höfen" in alten Gesteinen. Das Verhältnis $m_P : m_0$ dürfte aber im wesentlichen auf den Kernbindungskräften beruhen, also ebenfalls konstant sein. Demnach bestehen konstante Beziehungen 1. zwischen der Elementarlänge $l = \frac{e^2}{m_0 c^2}$ und dem durch einen Pt-Stab oder eine Spektrallinie definierten cm, und 2. zwischen der Elementarzeit, dem Gang piezoelektrischer Uhren, und dem Gang radioaktiver Uhren, die auf α-Zerfall beruhen.

Dagegen muß die Zerfallsgeschwindigkeit eines β-Strahlers bei folgerichtiger Anwendung der obigen Betrachtungsweise als kosmologisch inkonstant angesehen werden. Die Lebensdauer des Mesons beträgt etwa 10^{-6} sec, also etwa 10^{17} Elementarzeiten; die Lebensdauer des Neutrons ist auf 10^4 sec, also 10^{27} Elementarzeiten zu schätzen. Das große Verhältnis dieser beiden Werte ist als kosmologisch konstant anzusehen, da es theoretisch[11]) proportional $\left(\frac{m_M}{m_0}\right)^5$ ist. Jedoch hat Blackett im Anschluß an die Diracschen Betrachtungen zur Gravitationskonstante ausgesprochen, daß die Lebensdauer des Mesons proportional der Wurzel aus dem Weltalter sein dürfte, also proportional $\gamma^{1/2} = 10^{20}$ oder $\varkappa^{-1/2}$. Schon vorher war von Pauli eine Proportionalität der β-Zerfallswahrscheinlichkeiten mit $\varkappa^{-1/2}$ vermutet worden.

Als Einwand könnte angesehen werden, daß neuerdings von Hahn Altersbestimmungen an sehr alten Mineralien auf Grund des β-Zerfalls ausgeführt werden konnten, mit vernünftigen Ergebnissen. Tatsächlich sind aber die Abweichungen, die sich aus der hier besprochenen Annahme ergeben würden, für die heutige Genauigkeit noch kaum erfaßbar. Betrachten wir ein radioaktives Zerfallsgesetz

$$\frac{dN}{dt} = -C \cdot \sqrt{t} \cdot N, \tag{14}$$

wo t jetzt das Weltalter ($t = A$) ist. Dabei sei $t_1 < t$ ein Wert, der in der Nähe des augenblicklichen Weltalters liege: Aus Gleichung (14) erhalten wir also mit $t' = t - t_1 \ll t_1$ die für die Gegenwart geltende Zerfallsgleichung

$$\frac{dN}{dt'} = -\lambda N \text{ mit } \lambda = C\sqrt{t_1}. \tag{15}$$

Die Lösung von Gleichung (14) lautet offenbar:

$$N(t) = \text{const } e^{-\frac{2C}{3}t^{3/2}} \cong \text{const } e^{-\frac{2\lambda}{3}t_1} \cdot e^{-\lambda t'}. \tag{16}$$

Ein Gestein habe sich zur Zeit t_0 gebildet, und es sei $\frac{N(t_1)}{N(t_0)}$ aus empirischen Daten bekannt. Dann wird nach der exakten Formel (16)

$$\frac{2\lambda t_1}{3}\left[1 - \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{3/2}\right] = \ln \frac{N(t_0)}{N(t_1)}, \tag{17}$$

während die Annahme konstanter Zerfallsgeschwindigkeit statt t_0 einen abweichenden Wert t_0^* liefern würde:

$$\lambda t_1\left[1 - \frac{t_0^*}{t_1}\right] = \ln \frac{N(t_0)}{N(t_1)}. \tag{18}$$

Die Abweichung wird offenbar am größten für sehr kleine Werte t_0: Man erhält im Grenzfall $t_0 = 0$ einen Wert t_0^*, der durch

$$1 - \frac{t_0^*}{t_1} = \frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad t_0^* = \frac{1}{3} t_1 \tag{19}$$

gegeben ist. Für das Gesteinsalter $t_1 - t_0$ erhält man also statt des Wertes t_1 den Wert $^2/_3 \cdot t_1$; mithin dürften die aus der vermuteten Nichtkonstanz des β-Zerfalls entspringenden Effekte nur durch Präzisionsmessungen faßbar sein, die vorläufig noch kaum ausführbar sind.

§ 3. Sternentstehung. Die astrophysikalische Erfahrung liefert uns nun weitere Größen, die einer Untersuchung mit der im Obigen angewandten Methode zu unterwerfen sind.

Die Massen der Fixsterne in der Milchstraße – exakt bestimmbar bei Doppelsternen – haben Werte von 0,1 bis etwa 50 Sonnenmassen, wobei die obere Grenze recht scharf definiert ist. Die Massen typischer Dunkelwolken scheinen die gleiche Größenordnung zu haben[12]). Die Sonnenmasse beträgt $2 \cdot 10^{33}$ g.

Dividieren wir die 50fache Sonnenmasse 10^{35} g durch m_P, so entsteht eine neue dimensionslose Zahl; und diese hat die Größenordnung $\gamma^{3/2}$:

$$M_{St} = \gamma^{3/2} \cdot m_P. \tag{20}$$

In Übereinstimmung hiermit rechnen die vorhandenen Ansätze zur Theorie des Sternaufbaus mit Sternmassen, in welchen $\varkappa^{-3/2}$ als Faktor steckt. Unsere grundsätzlichen Erwägungen

10) P. Jordan, Zeitschr. Phys. **113**, 660, 1939.
11) L. Nordheim, Phys. Rev. **55**, 506, 1939.

12) Vgl. E. Schoenberg und H. Lambrecht, Erg. d. ex. Naturwiss. XIX. 1. 1940.

zwingen uns zu dem Schluß, daß die Sternmassen gemäß Gleichung (20) mit dem Weltalter wachsen; natürlich kann es sich dabei nicht um individuelles Wachstum des Einzelsterns handeln, sondern darum, daß ein Stern um so schwerer ist, je später er entstanden ist — derart, daß aus seiner Masse angenähert sein Alter berechnet werden kann, und umgekehrt.

Die erwähnten Unsöldschen Befunde sprechen dafür, daß die Sterne der sogenannten „frühen" Spektraltypen tatsächlich jünger sind als die sogenannten „späten". Nun zeigt aber die Erfahrung, daß die späten Typen kleinere Massen besitzen als die frühen Typen[13]). Mindestens qualitativ scheint sich also unsere Erwartung zu bestätigen. Es sei $\gamma'\tau$ das exakte heutige Weltalter (also γ' nur ungefähr gleich 10^{40}); ferner $(\gamma'-\gamma_0)\tau$ das Alter eines Sternes von 0,1 Sonnenmassen, $(\gamma'-\gamma_1)\tau$ das Alter der Sonne; und ein heute entstehender Stern habe 50 Sonnenmassen. Aus Gleichung (20) entnehmen wir $\gamma_0^{3/2}=\frac{1}{500}\gamma'^{3/2}$ und $\gamma_1^{3/2}=\frac{1}{50}\gamma'^{3/2}$. Das Sonnenalter $(\gamma'-\gamma_1)\tau$ sei nach Wefelmeier gleich $6\cdot 10^9$ Jahren angenommen. Dann befinden wir uns heute $6{,}5\cdot 10^9$ Jahre nach dem Zeitnullpunkt; der ältere Stern ist 10^8 Jahre nach dem Zeitnullpunkt entstanden; die Sonne $5\cdot 10^8$ Jahre nach dem Zeitnullpunkt. —

Wenn der durch Gleichung (20) behauptete Zusammenhang zwischen Masse und Alter eines Sternes versuchsweise als zutreffend angesehen wird, so ergibt sich die Frage, wie er theoretisch zu begründen sei.

Wir denken uns zunächst einen euklidischen massefreien Raum, in welchem ein bestimmter Wert $\varkappa$ der Gravitationskonstanten vorliegt. Eine Spontanentstehung einer kugelförmigen Masse M_0 von konstanter Dichte und mit einem Radius R_0 würde hier keine Energie erfordern, wenn

$$R_0=\frac{3}{40\pi}\varkappa M_0 \tag{21}$$

wäre.

Wir wollen uns vorstellen, daß die durch die obigen Ergebnisse geforderte kosmische Materieerzeugung vor sich geht in Elementarakten, bei denen jeweils eine Masse M_0 mit einem Radius R_0 gemäß Gleichung (21) entsteht. Soll dabei die Dichte der erzeugten Materie nicht größer, als etwa die Dichte der Kernmaterie werden — also ungefähr

$$\frac{M_0}{R_0^3}=\frac{m_P}{l^3}, \tag{22}$$

so ergibt sich für die erzeugbare Masse M_0 ein Minimalwert

$$M_0=\left(\frac{40\pi}{3}\right)^{3/2}\varkappa^{-3/2}\frac{l^{3/2}}{m_P^{1/2}}; \tag{23}$$

mit dem genauen Wert

$$\varkappa=150\cdot\frac{l}{m_P}\gamma^{-1}, \tag{24}$$

wird also

$$\left.\begin{aligned}M_0&=2\cdot 10^{-2}\cdot\gamma^{3/2}\cdot m_P\\&=4\cdot 10^{34}g=20\text{ Sonnenmassen.}\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Diese Erwägung liefert also nicht nur den größenordnungsmäßigen Zusammenhang Gleichung (20), sondern auch einen befriedigenden Exaktwert für die Massen der jüngsten Sterne.

Würde die Spontanentstehung eines Sternes tatsächlich in einem leeren euklidischen Raume erfolgen, so hätte der Stern mangels einer von Null verschiedenen Energie keine Möglichkeit, sich durch Expansion in einen Stern normaler Dichte zu verwandeln, wozu eine Vergrößerung eines ursprünglichen Radius $\gamma^{1/2}l$ um einen Faktor $\approx 10^5$ nötig ist.

Tatsächlich ist aber die bei Entstehung des Sternes auftretende Energie M_0c^2 bereits gemäß Gleichung (5), (6) kompensiert durch die Gravitationswechselwirkung des neuen Sterns mit dem übrigen Weltall, so daß die Kompensation durch die eigene potentielle Gravitationsenergie $3\varkappa c^2M_0^2/40\pi R_0$ gar nicht in Anspruch genommen wird. Wir wollen uns — da hier mangels jeder Unterlage einer Deduktion vorläufig nur eine Hypothese möglich ist — vorstellen, die Kompensation der Energie M_0c^2 seitens der Gravitationswirkung des übrigen Kosmos komme derart zum Ausdruck, daß die Gravitationswechselwirkung zwischen den neu entstandenen Elementarteilchen erst nach endlicher Zeit Δt zur vollen Auswirkung kommt. (Während das am Orte des Sternes durch den übrigen Kosmos erzeugte Gravitationspotential von vornherein vorhanden ist.)

Man könnte statt dieser Spontanentstehung von Sternen der Masse $\approx\gamma^{3/2}m_P$ auch etwa eine diffuse Wasserstoffproduktion annehmen als denjenigen Vorgang, durch welchen das geforderte Anwachsen der Weltmasse geschieht; die Sterne würden sich dann erst sekundär aus Wasserstoffmassen kondensieren. Jedoch scheinen derartige Wasserstoffmassen im Kosmos nicht vorhanden

13) Vgl. W. Becker, a. a. O.; ferner auch W. Nernst, Zeitschr. f. Phys. **97**, 511, 1935; Berl. Ber. 1935, S. 473. Die seit langem bekannte Tatsache, daß die Sterne der frühen Spektralklassen im Mittel kleinere Geschwindigkeiten haben, als die der späten, hängt vielleicht unmittelbar mit dieser Massenverschiedenheit zusammen. Vgl. A. Ludendorff, Naturwiss. **3**, 43, 1915.

zu sein – alle Spiralnebel bestehen aus Einzelsternen –; und es scheint uns deshalb natürlicher, die kosmische Rolle von Wasserstoffkondensationen zu beschränken auf Vorgänge, wie die Planetenentstehung (im v. Weizsäckerschen Sinne). Wenn auch energetisch eine Beschränkung der Materieerzeugung auf explosive Sternentstehungen nicht erforderlich ist, so scheint es doch glaubhaft, daß nur für solche Erzeugungsakte eine merkliche Wahrscheinlichkeit besteht, welche auch bei Abwesenheit der übrigen kosmischen Massen energetisch möglich wären.

Die Erfahrung scheint zu zeigen, daß in Supernovaspektren eine nach dem Aufleuchten zunehmende Rotverschiebung auftritt, die etwa ein Jahr nach dem Aufleuchten der Supernova ihren maximalen, vorläufig konstanten Wert erreicht. Bei einer im Nebel IC 4182 beobachteten Supernova (1937) ergab sich nach Minkowski $\Delta\lambda/\lambda = 0{,}02$, gegenüber $2 \cdot 10^{-6}$ bzw. $6 \cdot 10^{-5}$ für die Gravitationsrotverschiebung bei Sonne und Siriusbegleiter[14]). Nach Baade-Zwicky ist dieser Vorgang, sofern er reell ist, zwanglos so zu deuten, daß die innerhalb eines Jahres ablaufende Kontraktion des Sternes (Umwandlung in einen Neutronenstern) zunehmende Rotverschiebung gemäß der relativistischen Formel

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f}{c^2}\frac{M}{R} \tag{26}$$

ergebe. Von der hier erläuterten Auffassung aus wird man statt dessen die fragliche Entwicklungsdauer von einem Jahr gleichsetzen mit der besprochenen Zeitdauer Δt für den Aufbau der Gravitationswechselwirkungen der Sternbestandteile. Nimmt man für f den terrestrischen Wert, und für M einen Wert $2 \cdot 10^{33}$ g, so wird $R \cong 10^9$ cm, so daß der Stern seinen anfänglichen Radius schon um einen Faktor $\sim 10^3$ vergrößert hat. – Die Zeitdauer Δt würde also etwa $\gamma^{3/4}$ Elementarzeiten entsprechen.

Wir haben uns nun noch zu überzeugen, daß die Häufigkeit des Auftretens von Supernovasternen der theoretisch erschlossenen kosmischen Masseerzeugung entspricht. Die Masse $\gamma^2 m_P$ des Kosmos erfordert eine Massenerzeugung γm_P für eine Elementarzeit; Sterne der Masse $\gamma^{3/2} m_P$ müssen in der Anzahl $\gamma^{-1/2}$ in der Elementarzeit erzeugt werden. Nun ist die durchschnittliche Masse eines Spiralnebels empirisch von der Größenordnung $\gamma^{7/4} m_P$[15]), so daß es $\gamma^{1/4}$ Spiralnebel gibt. Innerhalb jedes der heute vorhandenen Spiralnebel müßte also der mittlere zeitliche Abstand zwischen zwei Supernovaausbrüchen $\gamma^{3/4}$ Elementarzeiten, also ungefähr ein Jahr betragen, wenn die gesamte Sternerzeugung auf diese Weise vor sich ginge. Dieser Zeitabstand ist zwar zu klein, aber nur um einen für unsere Betrachtungsweise kleinen Faktor, nämlich etwa 10^3.

Es muß nun berücksichtigt werden, daß auch die durch $\gamma^{1/4}$ gegebene Anzahl der Spiralnebel nach unseren Grundsätzen als wachsend angenommen werden muß: Außer dem Auftreten vereinzelter Supernovasterne in den schon „fertigen" Spiralnebeln ist also eine merklich raschere Aufeinanderfolge von Sternexplosionen bei der Neubildung von Spiralnebeln anzunehmen. Die empirische Tatsache, daß es – dem Aussehen nach zu urteilen – offenkundig alte und junge Spiralnebel gibt, stützt diese Schlüsse. Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse scheint es sehr befriedigend, daß der Beitrag, den die vereinzelten, nachträglichen Sternentstehungen in schon fertigen Spiralnebeln zur kosmischen Materieerzeugung liefern, zwar klein, aber immerhin proportional der Gesamterzeugung ist.

Die Frage, wie überhaupt das Auftreten der Spiralnebel zu verstehen sei wird man im Rahmen der hier erörterten Theorie in dem Sinne zu beantworten suchen, daß in der Nähe schon vorhandener Sternmassen die Entstehung eines weiteren energetisch begünstigt ist. Dazu paßt, daß die Radien der Spiralnebel, wie Chandrasekhar und Kothari bemerkten, von der ungefähren Größenordnung $\gamma^{3/4} l$ sind, so daß in roher Annäherung wieder die Beziehung

$$R_{Sp} \cong \varkappa M_{Sp} \tag{27}$$

vorliegt, analog den Verhältnissen einerseits beim Gesamtkosmos und andererseits beim Einzelstern. Allerdings gilt Gleichung (27) nur recht ungenau, so daß in Wahrheit nur ein kleiner Bruchteil der Ruhenergie $M_{Sp} \cdot c^2$ eines Spiralnebels kompensiert wird durch die innere Gravitationswechselwirkung.

Zum Abschluß dieser Betrachtungen sei auf die Frage eingegangen, welche Temperatur man einem Stern im Augenblick seiner explosiven Entstehung wird zuschreiben müssen. In Ermangelung theoretischer Unterlagen für eine deduktive Behandlung dieser Frage kann man sich vorläufig wieder nur an den Gesichtspunkt halten, daß eine einfache Theorie zwangsläufig auch zu einfachen Ergebnissen führen muß. Für den vorliegenden Fall bedeutet das aber, daß sich die Erzeugungstemperatur der Sterne kaum merklich unterscheiden kann von der Elementartemperatur

$$T_E = \frac{hc}{kl} = 10^{12}\ \text{Grad}. \tag{28}$$

14) Vgl. Zwicky, a. a. O.
15) Nach Chandrasekhar und Kothari. Vgl. D. S. Kothari, Nature **142**, 354, 1938.

Nach v. Weizsäcker[16]) ist eine Temperatur von mindestens 10^{11} Grad nötig für das Zustandekommen der empirisch vorhandenen Häufigkeitsverteilung der schweren Elemente. Hierin scheint uns eine wichtige Stütze unserer Betrachtungen zu liegen.

§ 4. Höhenstrahlung. Es scheint ein besonders vielversprechender Zug der hier dargelegten Theorie, daß sie auch der Erscheinung der Höhenstrahlung ihre bisherige Rätselhaftigkeit weitgehend zu nehmen vermag; und zwar nicht etwa vermittelst besonderer, zusätzlicher Hypothesen, sondern durch eine folgerichtige Anwendung und Durchführung der obigen Ergebnisse und der ihnen zugrundeliegenden Methoden.

Das Primärspektrum der Höhenstrahlung, die mindestens zu einem wesentlichen Teil aus Protonen zu bestehen scheint, zeigt bekanntlich für Energiewerte $E > m_M c^2$ eine Verteilung gemäß

$$dN = \text{const}\, E^{-s} dE; \quad 2{,}75 \leqq s \leqq 2{,}95; \qquad (29)$$

und zwar bis mindestens zu Energiewerten $E = 10^{16}$ eV hinauf. (Womit sich alle Deutungsversuche in der Art der Millikanschen Zerstrahlungshypothesen erledigen.) Wo die Grenze der vorkommenden Werte E liegen mag, ist ungewiß; der bislang gesicherte höchste Wert 10^{16} eV ergibt aber bei Division durch $m_M c^2$ nur einen Zahlenwert 10^8, also nicht ganz $\gamma^{1/4}$.

Die Gestalt des Spektrums Gleichung (30) ist wohl, wie schon verschiedentlich vermutet wurde, nicht notwendigerweise unmittelbar auf den Entstehungsvorgang der Höhenstrahlung zurückzuführen, sondern könnte nachträglich durch Kaskadenvorgänge geformt sein. Diese Kaskaden können allerdings nicht im freien Weltraum zustande kommen, weil dort die Massendichte viel zu gering ist: Man kann ja (nach einer Bemerkung von Schrödinger) die Haas-Eddingtonsche Beziehung $Ml^2 = m_P R^2$ so ausdrücken, daß die Summe der Querschnitte aller Elementarteilchen der Welt gleich dem Querschnitt des Weltraums ist.

Die räumliche Energiedichte der primären Höhenstrahlung ist nur um einen Faktor 10^{-4} kleiner, als die mittlere materielle Energiedichte μc^2: Im Sinne unserer Methode werden wir also schließen, daß dieses Verhältnis kosmologisch annähernd konstant sei und die kosmische Strahlungsdichte wie γ^{-1} abnehme. Sonach muß eine ständige Erzeugung von Höhenstrahlung stattfinden, welche der Materieerzeugung proportional geht. (Die heutige Größenordnung dieser Strahlungserzeugung ist offenbar dieselbe, welche nötig wäre, um die heutige Strahlungsdichte trotz der Raumexpansion aufrecht zu erhalten; also gerade die von Baade und Zwicky angenommene.)

Dagegen wäre es mit dem methodischen Grundsatz unserer Kosmologie unvereinbar, die Gesamtenergie der vorhandenen Höhenstrahlung als konstant anzunehmen und auf Nacherzeugung ganz zu verzichten, so daß die Energiedichte mit γ^{-3} abnähme; zudem ist für die verschiedentlich erwogene Vorstellung einer zur Zeit $A = 0$ eingetretenen Urexplosion, deren restliche Nachwirkung in der Höhenstrahlung vorläge, in unserem kosmologischen Bilde kein Platz.

Die Baade-Zwickysche These, daß die Supernovae als Quellen der Höhenstrahlung anzusehen seien, wird also aufrecht erhalten werden müssen. (Unter Mitzählung der häufigeren Sternentstehungen in den Anfangsstadien neuer Spiralnebel.) Dabei bringt aber die hier in Anlehnung an Unsöld ausgeführte neue Deutung des Supernovavorgangs wesentliche Vorteile.

Die Proportionalität von Strahlungs- und Materieerzeugung ist theoretisch begründet, sobald nur für die einzelne Supernova Proportionalität der erzeugten Höhenstrahlung mit der Sternmasse begründet ist; das erfordert aber noch keine wesentliche Spezialisierung der Theorie.

Es kommt also in erster Linie darauf an, ob man die vorkommenden hohen Einzelenergien $\geqq 10^{16}$ eV verständlich machen kann; und dafür genügt es offenbar, daß bei einer Supernovaexplosion zeitweise eine starke Aufladung des Sterns eintritt. Die dann auftretenden Spannungsdifferenzen müssen um so größer werden, je größer der Stern ist, werden also in erster Annäherung proportional einer gewissen Potenz γ^α sein; und die bisherigen Erfahrungsdaten stellen hier nur sehr geringe Ansprüche an die Theorie – schon $\alpha = 1/4$ würde genügen. In der Außenzone eines soeben explosiv entstandenen Sternes dürfte dann auch ausreichende Gasdichte für die Ausbildung eines Kaskadenspektrums $E^{-s} dE$ bei Vorhandensein hinreichend energiereicher Teilchen gegeben sein.

Eine zeitweilige starke Aufladung unseres neu entstandenen Sterns ergibt sich nun unvermeidlicherweise folgendermaßen. Die vorausgesetzte Temperatur $T_E = 10^{12}$ Grad ergibt auch bei der angenommenen hohen Dichte, daß die Sternmaterie nicht restlos aus Neutronen besteht: Vielmehr ist, wie man leicht ersieht, ein merklicher Bruchteil der Neutronen aufgelöst in je ein Proton und Elektron. Die thermischen Geschwindigkeiten der Neutronen und Protonen er-

16) v. Weizsäcker, Physik. Zeitschr. **39**, 633, 1938.

reichen etwa $0{,}1 \cdot c$; dagegen haben die Elektronen praktisch Lichtgeschwindigkeit. Es wird deshalb im Anfangsabschnitt der explosiven Expansion des Sternes eine Zerteilung eintreten, derart, daß die Kugel, in welcher sich die Neutronen und Protonen befinden – diese Kugel vergrößert ihren Radius mit der Geschwindigkeit $0{,}1 \cdot c$ – konzentrisch umgeben ist von einer größeren Kugel, deren Radius sich mit c vergrößert, und welche Elektronen (außerdem Lichtquanten, Neutrinos, Gravitationsquanten) enthält.

Wenn auch die nähere Ausführung dieses sich aus unseren Vorstellungen zwangsläufig ergebenden Bildes noch eingehende Sonderuntersuchungen erfordern dürfte, so scheint es doch, falls die Grundlagen unserer Theorie der Sternentstehung zutreffend sein sollten, kaum noch möglich, die Entstehung der Höhenstrahlung als schwer verständlich anzusehen.

§ 5. Jugendstadien des Kosmos. Der verschiedentlich erwogene Gedanke einer den Weltanfang $A = 0$ darstellenden Urexplosion paßt, wie schon erwähnt, nicht in die hier ausgeführte Kosmologie. Es sei, um dies zu verdeutlichen, eine kurze schematische Beschreibung sehr früher Weltzustände erlaubt, wie sie sich aus den hier erhaltenen Ergebnissen größenordnungsmäßig erschließen lassen.

Wir denken uns die Welt 10 Sekunden nach dem Zeitbeginn, also im Alter von $\overline{\tau} = 10^{24}$ Elementarzeiten. Der Weltradius ist zu dieser Zeit etwa gleich 10^{11} cm, also ungefähr gleich unserem heutigen Sonnenradius. Dieser Kosmos enthält 10^{48} Protonen und Neutronen, hat also eine Gesamtmasse von etwa 10^{24} g $= 10^{-9}$ Sonnenmassen, wiegt also weniger als unser Mond. Die 10^{12} vorhandenen Fixsterne wiegen durchschnittlich je 10^{9} kg. Ein zu dieser Zeit als Supernova neu entstehender Stern hat einen anfänglichen Radius von 1 mm; er dehnt sich dann später auf 100 m aus. Eine Zerteilung der gesamten Sternmenge in Spiralnebel hat noch nicht stattgefunden. (Sie wird erst nach etwa 10^{36} Elementarzeiten eintreten.) Die energiereichsten Teilchen der Höhenstrahlung besitzen (sofern sie heute etwa 10^{18} eV haben) zu jener Zeit 10^{12} eV. Die Lebensdauer des Mesons beträgt etwa 10^{-17} sec.

Wir können diese Rückwärtsextrapolation der kosmischen Geschichte aber noch weiter treiben: Als Zustand zur Zeit $A = \tau$ bekommen wir dann einen Kosmos vom Radius l, der ein soeben entstandenes Neutronenpaar enthält, dessen Ruhenergie kompensiert wird durch die potentielle Energie seiner wechselseitigen Gravitation. Die Expansion des Raumes und die Entfernung der beiden Teilchen voneinander erfordert weitere Teilchenentstehungen zur Aufrechterhaltung der Energiebilanz.

Mit dieser Möglichkeit, durch Rückwärtsextrapolation die früheren Weltzustände in einer zunehmenden Vereinfachung bis zum Zeitanfang hin zu erschließen, entspricht die vorgetragene Theorie, wie uns scheint, in besonders befriedigender Weise den erkenntnistheoretischen Forderungen des Positivismus. Dagegen würde uns die Vorstellung eines explodierenden Ursterns, welcher die Masse aller heutigen Spiralnebel bereits in sich enthielt, belasten mit unabsehbaren Fragen nach der Vorgeschichte dieser Explosion – Fragen, welche vom angenommenen theoretischen Bilde aus als durchaus sinnvoll zu erklären wären, welche sich aber tatsächlich jeder Inangriffnahme entziehen. Diese Inkongruenz zwischen den Bereichen der theoretisch zulässigen und der tatsächlich angreifbaren Fragen entfällt in der hier besprochenen Theorie, für welche die Frage, was „vorher" gewesen sei, ähnlich sinnlos wird, wie etwa die Frage nach dem Verhalten physikalischer Körper bei negativen Temperaturen $T < 0$.

Ebenfalls befriedigend scheint uns, daß die Einseitigkeit der Zeitrichtung in diesem theoretischen Bilde gewissermaßen eine kosmologische Verankerung enthält. Bekanntlich ist oft die Ansicht vertreten worden, daß das Weltall sich – entgegen der unmittelbaren Erfahrung – in einem stationären Zustand (oder einer periodischen Entwicklung) befinde. Die meisten dieser Spekulationen beruhen auf Denkfehlern gröbster, handgreiflichster Art. Aber auch die scharfsinnig erdachte Boltzmannsche Idee, daß das uns zugängliche Weltgebiet seine empirische Zeitrichtung erhalten habe infolge eines thermodynamisch normalen Schwankungsvorgangs in einer umfassenderen stationären Welt, hält einer genaueren Kritik nicht stand, wie v. Weizsäcker überzeugend dargetan hat[17]). Vielmehr muß die Nichtumkehrbarkeit der Zeit als eine Grundtatsache aller Naturbeschreibung anerkannt werden; und da sie in den Gesetzen der Mikrophysik keine Begründung findet, kann sie nur in der Kosmologie einen ihrem Range entsprechenden Ausdruck erhalten.

17) C. F. v. Weizsäcker, Ann. d. Phys. **36**, 275, 1939.

Zur Zeit Berlin, Winter 1943/44.

(Eingegangen 1. April 1944)

Radioaktives Natrium mit der Masse 25

Von Wolfgang Riezler

Zusammenfassung

Durch $Mg(n, p)$ wird ein Natrium mit $60{,}0 \pm 1{,}2$ sec Halbwertszeit gebildet, dem die Masse 25 zuzuordnen ist. Die Höchstenergie der Betastrahlung ergibt sich aus Absorptionsmessungen zu 3,3 MeV.

Kürzlich haben Scherrer und seine Mitarbeiter über einen radioaktiven Körper mit 62 Sekunden Halbwertszeit berichtet (1), der durch Bestrahlung von Magnesium mit Gammastrahlung von 17 MeV entsteht. Die von ihnen gemessenen Wirkungsquerschnitte machten es wahrscheinlich, daß es sich hierbei nicht um einen (γ, n)-Prozeß handelt, sondern um einen neuartigen Prozeß vom Typus (γ, p), so daß also die Aktivität mit 62 Sekunden Halbwertszeit einem Natriumisotop mit der Masse 25 zuzuordnen wäre (2).

Wenn diese Annahme richtig ist, muß es möglich sein, die beobachtete Aktivität aus Magnesium durch Bestrahlung mit schnellen Neutronen zu erhalten gemäß der Reaktion $Mg^{25}(n, p)Na^{25}$. Um dies zu prüfen, wurden 10 cm³ einer konzentrierten Lösung von Magnesiumchlorid jeweils eine Minute lang mit schnellen Neutronen bestrahlt. Die schnellen Neutronen wurden durch Beschießung einer Berylliumplatte mit einem Deuteronenstrahl von 7 MeV und 7 μA erzeugt; für die Bestrahlung kamen die in der Richtung des Deuteronenstrahls weiterfliegenden Neutronen zur Wirkung. Nach der Bestrahlung wurden der Magnesiumchloridlösung 1,5 cm³ konzentrierte Kochsalzlösung zugesetzt. Dabei fallen ungefähr 75 Proz. des in der Mischung befindlichen Natriums als $NaCl$ aus. Der Niederschlag wurde durch Auswaschen mit konzentrierter Kochsalzlösung von noch anhaftenden Magnesiumresten befreit. Bei dieser Methode geht allerdings ein Teil des aktivierten Chlors mit in

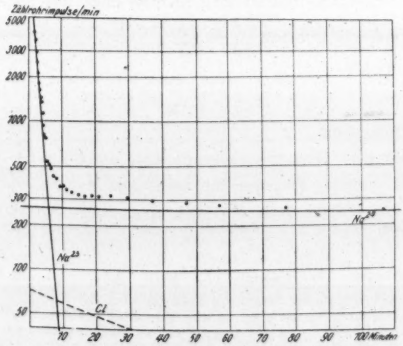

Fig. 1. Abfall der Aktivität des $NaCl$-Niederschlags.

den Niederschlag, jedoch zeigte sich, daß diese Aktivität klein ist im Vergleich zu den Natriumaktivitäten. Auch liegt ihre Halbwertszeit genügend weit von den in Frage kommenden Halbwertszeiten des Natriums ab, so daß der Wert der Chloraktivität leicht als Korrektur berücksichtigt werden konnte. Die beschriebene Natriumfällung hat den Vorteil, daß sie sehr schnell zu machen ist, so daß im allgemeinen 2 Minuten nach Bestrahlungsende mit der Messung begonnen werden konnte, obwohl der Meßraum um sechs Stockwerke höher lag als der Bestrahlungsraum. Zur Messung wurde ein Aluminiumzählrohr von 100 μ Wandstärke mit Argon-Azeton-Füllung in Neher-Harperschaltung mit einem achtfachen Untersetzer nach Forsman (3) verwendet.

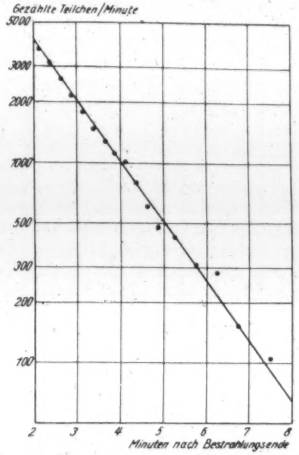

Fig. 2. Abfall der Aktivität des 1-Minuten-Körpers nach Abzug von Na^{24} und Cl.

Das Meßergebnis ist in Fig. 1 dargestellt. Der erhaltene Abfall der Aktivität läßt sich in drei Anteile aufspalten mit den Halbwertszeiten 60 Sekunden, 14,8 Stunden und etwa 35 Minuten. Die schwache letztere Aktivität rührt offenbar vom Chlor her (Cl^{34} mit 33 Minuten und Cl^{38} mit 37 Minuten). Die 14,8-Stunden-Aktivität ist die bekannte Aktivität von Na^{24}, das aus $Mg^{24}(n, p)Na^{24}$ entsteht. Der Abfall der 60-Se-

kunden-Aktivität nach Abzug von Chlor und Na^{24} ist in Fig. 2 dargestellt. Als genaue Halbwertszeit ergibt sich $60{,}0 \pm 1{,}2$ Sekunden, in guter Übereinstimmung mit der von Scherrer und Mitarbeitern angegebenen Halbwertszeit. Der Versuch beweist also, daß die von Scherrer auf Grund der gemessenen Wirkungsquerschnitte angenommene Zuordnung richtig ist.

Die Höchstenergie der Betastrahlung wurde durch Absorption in Aluminium bestimmt. Zum Vergleich wurde in gleicher geometrischer Anordnung die Absorption der Betastrahlung von Al^{28} gemessen, deren Höchstenergie Cork und andere durch Nebelkammeraufnahmen zu 3,3 MeV bestimmt haben (4). Die Absorptionswerte für Na^{25} und Al^{28} sind in Fig. 3 dargestellt. Sie stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein, so daß sich auch für Na^{25} eine Höchstenergie von 3,3 MeV ergibt. Dieser Wert liegt etwas höher als der von Scherrer und Mitarbeitern gefundene. Die im Zählrohr erhaltene Intensität von Na^{25} wurde mit der des gleichzeitig gebildeten Na^{24} verglichen, um das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte zwischen den Reaktionen $Mg^{25}(n,p)Na^{25}$ und $Mg^{24}(n,p)Na^{24}$ zu ermitteln. Das auf Sättigung umgerechnete Intensitätsverhältnis der beiden Natriumaktivitäten ergab sich zu $0{,}735 \pm 0{,}025$. Berücksichtigt man, daß von der Betastrahlung von Na^{24} in der 100 μ starken Wand des Zählrohrs etwa 15 Proz. absorbiert werden, von der des Na^{25} dagegen nur rund 5 Proz., so ergibt sich für die hier wirksame Energieverteilung der Neutronen ein Verhältnis der Wirkungsquerschnitte: $\sigma_{25} : \sigma_{24} = 0{,}66$. Eine von Na^{25} herkommende Gammastrahlung, die 6 mm Aluminium noch in nennenswerter Intensität durchdringt, konnte nicht festgestellt werden.

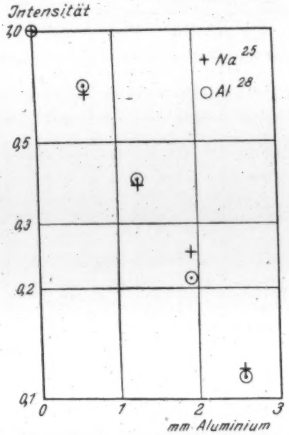

Fig. 3. Schwächung der Betastrahlung von Na^{25} durch Aluminiumfilter (zum Vergleich ist die Schwächung der Betastrahlung von Al^{28} mit der bekannten Höchstenergie von 3,3 MeV mitgemessen).

Literaturverzeichnis

1) O. Huber, O. Lienhardt, P. Scherrer und H. Wäffler, Helv. Phys. Acta **16**, 32, 1943.
2) O. Huber, O. Lienhardt, P. Scherrer und H. Wäffler, Helv. Phys. Acta **16**, 431, 1943.
3) K. E. Forsman, Physik. Zeitschr. **39**, 410, 1938.
4) J. M. Cork, J. R. Richardson und F. N. D. Kurie, Phys. Rev. **49**, 208, 1936.

Grundlsee, den 4. April 1944.

(Eingegangen 8. April 1944)

Über die Gültigkeitsgrenzen der Gleichung $\frac{\partial J}{\partial p} = \frac{\partial \lambda}{\partial H}$

Von O. v. Auwers

Mitteilung aus dem Wernerwerk Elektrochemie der Siemens & Halske AG.

Zusammenfassung

Ein Vergleich von Messungen über die Beeinflussung der Magnetisierungsintensität durch Zug $\left(\frac{\partial J}{\partial p}\right)$ mit solchen der Längenänderung im Magnetfeld $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right)$ führt – entgegen den bisherigen Angaben des Schrifttums über *Fe*, *Co* und *Ni* – in der ganzen Eisen-Nickel-Reihe zu einer quantitativ befriedigenden Bestätigung der thermodynamischen Gleichung

$$\left(\frac{\partial J}{\partial p}\right)_{H=\text{const}} = H\left(\frac{\partial \varkappa}{\partial p}\right)_{H=\text{const}} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right)_{p=\text{const}} \qquad (1)$$

Dies gilt sowohl für Legierungen mit positiver wie mit negativer Magnetostriktion und für alle Feldstärken, d. h. für die ganze Neukurve. Die Voraussetzungen dafür sind Isothermie und Reversibilität der mechanischen Beanspruchungen bei beliebigen Magnetfeldern und der magnetischen Beanspruchungen bei beliebigen mechanischen Spannungen. Durch die vorliegende Untersuchung wird zugleich eine Klärung der unterschiedlichen Eignung der Eisen-Nickel-Legierungen für magnetoelastische Meßgeräte erreicht.

Einleitung

Die seit alters[1]) her bekannte Wechselwirkung zwischen der Abhängigkeit der Magnetisierungsintensität J von der elastischen Spannung p und der Abhängigkeit der Magnetostriktion λ von der Feldstärke H findet ihren mathematischen Ausdruck in der Gleichung

$$\left(\frac{\partial J}{\partial p}\right)_{H=\text{const}} = H\left(\frac{\partial \varkappa}{\partial p}\right)_{H=\text{const}} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right)_{p=\text{const}} \qquad (1)$$

die auf rein thermodynamischer Grundlage[2]), d. h. ohne besondere Modellvorstellungen, gewonnen ist. Sie folgt mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes unmittelbar aus dem Energieansatz[3]) des ersten Hauptsatzes:

$$dA = P dl + HV dJ, \qquad (2)$$

wenn A die an einem Ferromagnetikum von der Länge l und dem Volumen V isotherm und reversibel geleistete Arbeit, $P = qp$ die auf der Fläche q lastende Spannung und $\delta\lambda = \frac{\delta l}{l}$ die Längenänderung der Längeneinheit ist.

Die Gleichung (1) ist verschiedentlich[4])[5]) durch Versuche nachgeprüft worden, hat aber meist — vor allem in kleinen Feldern — nur eine qualitative Bestätigung gefunden, während die Übereinstimmung in großen Feldern im allgemeinen besser ist. Dies sagt jedoch bei der Unanfechtbarkeit der thermodynamischen Ableitung weniger über die Gültigkeit der Gleichung (1) aus, als über die Erfülltheit der bei der Ableitung der Gleichung (1) gemachten Voraussetzungen. Von diesen ist besonders die Reversibilität der Vorgänge neben der Isothermie zu nennen. Sobald irreversible Vorgänge ins Spiel kommen, was je nach der Weite des Aussteuerungsbereichs und der Größe der Koerzitivkraft mehr oder weniger früh der Fall sein muß, sind die Voraussetzungen der Gleichung (1) nicht mehr erfüllt, und es müssen Abweichungen beobachtet werden. Davon kann auch die Beseitigung der Hysteresiserscheinung durch überlagerten Wechselstrom, wie sie P. McCorkle[5]) versucht hat, nicht befreien.

Im übrigen ist zu beachten, daß sich die Voraussetzung der Reversibilität der Vorgänge in Gleichung (1) wegen der partiellen Differentiale auf der linken Seite der Gleichung auf reversible mechanische Beanspruchungen (bei beliebigen Magnetfeldern), auf der rechten Seite auf reversible magnetische Beanspruchungen (bei beliebigen mechanischen Spannungen) bezieht.

Da in früheren Arbeiten die einschränkenden Bedingungen der Gleichung (1) nicht immer hinreichend beachtet worden sind, schien eine erneute Überprüfung der Gültigkeit der Gleichung (1) um so wünschenswerter, als sie nach den im Schrifttum vorliegenden Messungen[6])[7]) ohne neue Versuche möglich ist.

Dieser Vergleich scheint um so lohnender, als er — soweit Verfasser sieht — bisher stets nur an einzelnen Stoffen, wie *Fe*, *Co* und *Ni*, durchgeführt worden ist, niemals aber an einer ganzen Legierungsreihe, die obendrein den Vorteil des Vorzeichenwechsels der Magnetostriktion einschließt.

Im folgenden sind deshalb einerseits die Messungen von O. E. Buckley und L. W. McKeehan[6]) über die Zugabhängigkeit der Magnetisierungskurven einiger Eisennickellegierungen und andererseits die von Y. Masiyama[7]) gemessenen Magnetostriktionskurven der gleichen Eisen-Nickelreihe nach zweckentsprechender Auswertung mit einander verglichen worden.

Die Tatsache des Vorzeichenwechsels wirft eine weitere Frage auf: wenn die Magnetostriktion zwischen Permalloy (78,5 Proz. *Ni*) und 81 Proz. *Ni* durch Null geht und dies feldstärkenunabhängig für alle Feldstärken gleichzeitig tut, muß auch $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$, d. h. die rechte Seite der Gleichung (1), Null werden. Man sollte also erwarten, daß auch $\frac{\partial J}{\partial p}$ für diese Legierungen sehr kleine Werte annimmt. Dies steht jedoch im Gegensatz zu der Erfahrung[8]), daß Permalloy einen „verhältnismäßig großen magnetoelastischen Effekt" $\frac{\partial J}{\partial p}$ zeigt und mit Vorzug für magnetoelastische Meßgeräte verwandt wird.

1) Älteste Literatur siehe z. B. bei J. A. Ewing, Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen, Berlin und München 1892, S. 182 ff.

2) Ältere Literatur siehe z. B. A. Heydweiller (Ann. Phys. **12**, 602, 1902) und R. A. Houstoun (Phil. Mag. **21**, 78, 1911), wo auch die einschlägige Meinungsverschiedenheit von H. Rensing und R. Gans erörtert ist; ferner bei R. v. Hirsch im L. Graetz, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Bd. I, S. 271, 279, 1918; K. Honda, Magnetic Properties of Matter, jap. Ausg. 1917, engl. Ausg. 1928, S. 43 ff.

3) Hierbei ist vorausgesetzt, daß das Volumen V weder magnetisch noch mechanisch verändert wird, d. h. daß weder Volumenmagnetostriktion (oberhalb der magnetischen Sättigung) noch plastische Verformungen auftreten.

4) K. Honda, l. c., S. 60.

5) P. Mc Corkle, Phys. Rev. (2) **25**, 541, 1925.

6) O. E. Buckley und L. W. McKeehan, Phys. Rev. **26**, 261, 1925.

7) Y. Masiyama, Sci. Rep. Töhoku Univ. (1) **20**, 574, 1931.

8) L. Merz und H. Scharwächter, ATM V 132-15. Nov. 1937.

Von dem durchgeführten Vergleich konnte auch für diese Frage Aufschluß erwartet werden.

I. Die Zugabhängigkeit der Magnetisierung von Eisen-Nickellegierungen [Linke Seite der Gleichung (1)]

Brauchbare Kurven für die linke Seite der Gleichung (1) liegen in der genannten Arbeit von O. E. Buckley und L. W. McKeehan für fünf verschiedene Zusammensetzungen vor, und zwar für 45, 65, 78,5, 81 und 84 Proz. *Ni*, Rest Eisen. Aus den für verschiedene Belastungen p veröffentlichten J-H-Kurven wurden die entsprechenden J-p-Kurven für verschiedene Feldstärken als Parameter abgeleitet. Bei der Kleinheit der veröffentlichten Bilder haften den Tangentenauswertungen der so gewonnenen Bilder gewisse Unsicherheiten an, doch kann man im großen Ganzen ein hinreichend gesichertes Bild des allgemeinen Verlaufs der $\frac{\partial J}{\partial p}$-Werte mit dem Nickelgehalt gewinnen. Um die Auswertungsfehler graphisch zu mitteln, wurden aus den

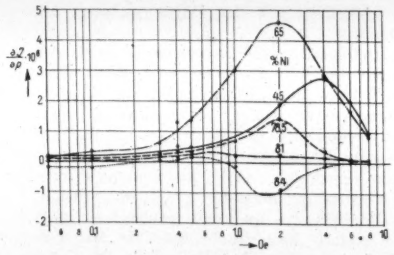

Fig. 1. Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ für lim. $p \to 0$ und verschiedene *Ni*-Gehalte in Abhängigkeit von der Feldstärke H.

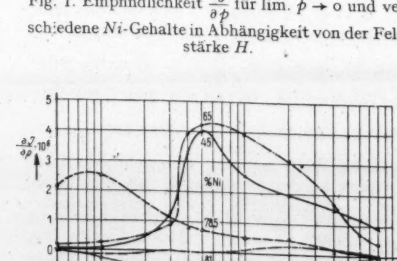

Fig. 2. Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ für 1 kg/mm² und verschiedene *Ni*-Gehalte in Abhängigkeit von der Feldstärke H.

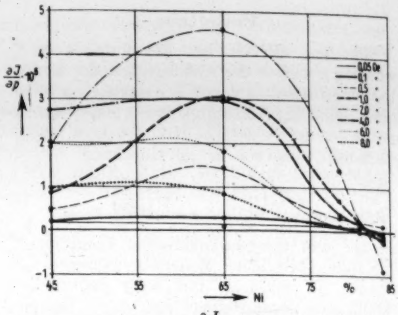

Fig. 3. Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ für $\lim p \to 0$ bei verschiedenen Feldstärken in Abhängigkeit vom *Ni*-Gehalt.

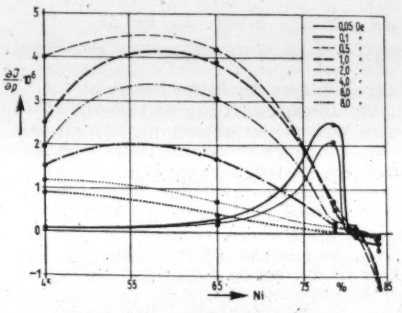

Fig. 4. Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ für 1 kg/mm² bei verschiedenen Feldstärken in Abhängigkeit vom *Ni*-Gehalt.

J-p-Kurven (Param. H) zunächst die $\frac{\partial J}{\partial p}$-$H$-Kurven (Param. Proz. *Ni*) abgeleitet (Fig. 1 und 2) und aus diesen durch Schnittbildung die $\frac{\partial J}{\partial p}$-Proz.-*Ni*-Kurven (Param. H) (Fig. 3 und 4). Dabei wurden die $\frac{\partial J}{\partial p}$-Werte einmal als Tangenten im Nullpunkt, d. h. für den Grenzfall unendlich kleiner elastischer Beanspruchungen ($p \to 0$) (Fig. 1 und 3), und zweitens als Sehne für einen integralen Mittelwert von $p = 1$ kg/mm² ausgewertet (Fig. 2 und 4). Der Unterschied zwischen beiden Auswertungen (Fig. 3 und 4) ist verhältnismäßig gering und tritt nur bei einigen kennzeichnenden Feldstärken (hier in der Nachbarschaft von $H = 0{,}5$ Ø; Fig. 1 und 2) und in der Nähe von Permalloy bei kleinen Feldstärken (Fig. 3 und 4) auf.

ir die zweite aufgeworfene Frage lehrt zu-
t ein Blick auf die Figuren 1 und 3, die für
nwindende elastische Beanspruchung gel-
olgendes:

i kleinen Feldstärken (0,05 . . . 0,3 Ø) be-
ht für praktisch alle *Ni*-Gehalte keine
rkliche Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$.

t wachsender Feldstärke (0,4 . . . 4 Ø) tre-
n je nach dem *Ni*-Gehalte (mit Ausnahme
n 81 Proz. *Ni*) verschiedene positive oder
gative Höchstwerte der Empfindlichkeit
f, deren zahlenmäßig größter keineswegs
Permalloy (78,5 Proz. *Ni*), sondern etwa
i 65 Proz. *Ni* liegt. Mit sinkendem *Ni*-Ge-
lt verlagert sich der (positive) Höchstwert
höheren Feldstärken, wobei er zwar zahlen-
ßig abnimmt, aber selbst bei 45 Proz. *Ni*
n bei Permalloy noch übertrifft.

i noch höheren Feldstärken (4 . . . 8 Ø)
kt die Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ mit steigendem
-Gehalt – bei zahlenmäßig beträchtlich
ineren Werten – gleichmäßig ab, wird in
r Nähe von Permalloy fast Null und bleibt
i höheren *Ni*-Gehalten praktisch Null.

etrachtet man in gleicher Weise die Fig. 2
, die für größere elastische Beanspruchun-
1 kg/mm² – gewonnen sind, findet man
merklich anderes Verhalten:

i kleinen Feldstärken (0,05 . . . 0,3 Ø) tritt
der Umgebung des Permalloy (78,5 Proz.
) eine merkliche Empfindlichkeit $\frac{\partial J}{\partial p}$ auf,
hrend die übrigen Legierungen wie in
g. 1 und 3 praktisch unempfindlich sind.

t wachsender Feldstärke (0,3 . . . 2 Ø)
ndert der Permalloyhöchstwert zu nied-
eren *Ni*-Gehalten (Fig. 4), wobei er zahlen-
ßig ansteigt. Bei Permalloy ist die Emp-
dlichkeit noch endlich und kehrt ihr Vor-
chen erst oberhalb von Permalloy bei etwa
Proz. *Ni* um, um dann beträchtliche nega-
e Werte anzunehmen.

i noch höheren Feldstärken (4 . . . 8 Ø)
kt die Empfindlichkeit mit steigendem *Ni*-
halt – bei zahlenmäßig kleineren Werten –
ichmäßig ab, wird in der Nähe von Per-
lloy Null und bleibt auch bei höheren *Ni*-
halten praktisch Null.

n Vergleich von Fig. 3 und 4 zeigt deut-
als der von Fig. 1 und 2, daß sich der Ein-
er höheren elastischen Beanspruchung im
tlichen in dem Auftreten eines merklichen
indlichkeitshöchstwerts in der Permalloy-
d geltend macht. Dies Ergebnis reiht sich qualitativ in eine oft gemachte Beobachtung ein, die nämlich, daß Kurven, die bei einem niedrigeren Absolutwert der Ordinate gesättigt sind, häufig einen steileren Anstieg am Anfang der Kurve haben als solche, die einen höheren Sättigungswert erreichen (*J*-*H*-Kurven bei verschiedenen Temperaturen und bei verschiedenen Belastungen, Ausscheidungsvorgänge über Zeit- und Temperaturachsen u. a. Beispiele). Es ist quantitativ lehrreich, sich die Verhältnisse einmal im Fall der durch Gleichung (1) gegebenen magnetoelastischen Beziehung vor Augen geführt zu haben.

II. Die Feldstärkenabhängigkeit der Magnetostriktion von Eisen-Nickellegierungen. [Rechte Seite der Gleichung (1)]

Brauchbare Kurven für die rechte Seite der Gleichung (1) liegen in der genannten Arbeit von Y. Masiyama für 12 verschiedene Zusammensetzungen vor, und zwar für 0, 10, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 und 100 Proz. *Ni*, Rest Eisen. Wegen der legierungsmäßigen Beschränktheit der Versuchsreihe I brauchen hier nur die 6 vorletzten Legierungen (40 . . . 90 Proz. *Ni*) in Betracht gezogen zu werden. Die hier unmittelbar mögliche Auswertung[9]) führt zu Fig. 5, deren allgemeine Übereinstimmung mit Fig. 3 (verschwindende elastische Beanspruchung) zwischen 45 und 85 Proz. *Ni* in die Augen fällt: mit wachsendem Nickelgehalt steigt $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$ für mittlere Felder zu einem Höchstwert bei rund 60 Proz. *Ni* an, fällt zum Permalloy (78,5 Proz. *Ni*) hin stark ab, geht oberhalb 80 Proz. *Ni* durch Null und wird dann negativ. Das entspricht völlig dem unter I, 2, S. 195, für mittlere Felder beschriebenen Verlauf von $\frac{\partial J}{\partial p}$ über der *Ni*-Konzentration. In gleicher Weise tritt die Änderung dieser Konzentrationsabhängigkeit beim Übergang zu größeren Feldern im Sinne einer starken Abnahme der Absolutwerte (vgl. I, 3) ein, wobei der sich zu kleinen *Ni*-Gehalten verlagernde Höchstwert mehr und mehr verschwindet. Ähnliches gilt für die Abnahme der Werte von $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$ mit abnehmenden Feldstärken (I, 1).

9) In der Arbeit von 1931 fällt die Kurve für 50 Proz. *Ni* stark aus dem allgemeinen Verlauf heraus. Eine von demselben Verfasser in Sci. Rep. Tôhoku Univ. (1) **26**, 65, 1937 veröffentlichte Kurve für 50 Proz. *Ni* fügt sich dagegen glatt ein und wurde deshalb bei der Mittelbildung bevorzugt. Ebenso wurden zahlenmäßig geringfügige Unterschiede zwischen 1931 und 1937 bei 80 Proz. *Ni* durch Mittelbildung ausgeglichen.

Im Vergleich mit Fig. 4 (endliche magnetoelastische Beanspruchung: 1 kg/mm²) fällt das Fehlen des Empfindlichkeitshöchstwertes bei Permalloy auf. Ob dies nur auf das Fehlen geeigneter Literaturangaben zurückzuführen ist oder einen grundsätzlichen Unterschied darstellt, der wegen des unterschiedlichen Beitrages, den 180°-Umpolungen zu ΔJ und $\Delta\lambda$ geben[10]), unmittelbar verständlich wäre, muß dahingestellt bleiben. Andererseits ist der Höchstwert der $\frac{\delta J}{\partial \mathfrak{H}}$-Kurven in der Nähe der Permalloylegierungen auf alle Fälle verständlich, obwohl Zug ohne Feld keine Magnetisierung hervorrufen kann, denn bei den gezeichneten Kurven sind ja schwache Felder (> 0,05 Ø) vorhanden. Mit abnehmender Feldstärke nimmt auch der Höchstwert in Fig. 4 rasch ab, so daß kein Widerspruch zur Erfahrung vorliegt. Wenn der Unterschied zwischen den Fig. 4 und 5 nicht auf das — zufällige — Fehlen geeigneter Legierungszusammensetzungen in Fig. 5 zurückzuführen ist, kann man aus ihm den unmittelbaren Schluß ziehen, daß die Magnetisierung der Permalloylegierungen bei kleinsten Feldern und Zügen überwiegend aus 180°-Umpolungen besteht, da 90°-Umpolungen auch für die Magnetostriktion einen endlichen Beitrag liefern müssen[11]), solange man nicht die unwahrscheinliche Annahme macht, daß eine ideale 45°-Textur vorliegt.

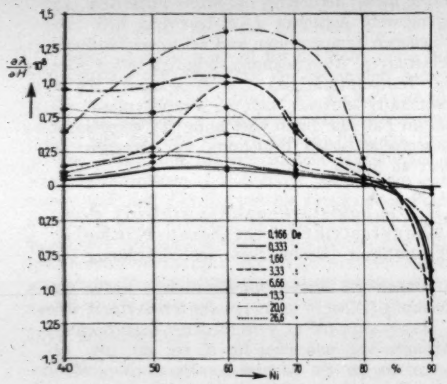

Fig. 5. Empfindlichkeit $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$ bei verschiedenen Feldstärken in Abhängigkeit vom *Ni*-Gehalt.

10) O. v. Auwers, Wiss. Veröff. Siemens-Werke **15**, H. 2, 116, 1936.

11) O. v. Auwers, l. c., S. 117.

III. Zahlenmäßiger Vergleich der beiden Effekte; Fehlerkritik

Um die zahlenmäßige Bestätigung der Gleichung (1) ist man schon verschiedentlich bemüht gewesen. Wäre die Gleichung (1) quantitativ erfüllt, müßten die Fig. 3 und 5 in den Ordinaten und den Feldparametern entgegen der Erfahrung übereinstimmen. Schon K. Honda (l. c.) und P. McCorkle (l. c.) haben an einzelnen Beispielen das Fehlen dieser quantitativen Übereinstimmung festgestellt, doch finden sie zum Teil widersprechende Abweichungen und geben keine Erklärungen für das Versagen der Gleichung (1). Sieht man zunächst von der Verschiedenheit der Feldparameter ab, bleibt ein wesentliches Überwiegen der $\frac{\partial J}{\partial \mathfrak{H}}$-Werte über die $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$-Werte bestehen, dessen Größe feldstärkenabhängig ist. Dabei sind gleiche Kurventypen[12]) einander gleichgesetzt. Eine Erörterung dieser zwischen 1 ... 4 liegenden Faktoren[13]) bleibt müßig, solange die starke Verschiedenheit der Feldstärkenparameter nicht geklärt ist.

Die nächstliegende Annahme für die Erklärung der Feldverschiedenheiten ist natürlich, daß es sich in dem einen Fall $\left(\frac{\partial J}{\partial \mathfrak{H}}\right)$ um gescherte, in dem andern Fall $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right)$ um ungescherte Werte handelt. Diese Annahme liegt um so näher, als es einerseits ganz ungewöhnlich wäre, J-Werte ungeschert anzugeben, andererseits aber leider noch heute häufig, wenn nicht üblicherweise, λ-Werte ungeschert angegeben werden, weil in der Scherung bei den zu Magnetostriktionsmessungen benutzten Objekten meist eine große Unsicherheit besteht, so daß die Verfasser vorziehen, die tatsächlich gemessenen Werte bekanntzugeben und der Kritik des Lesers zur Verfügung zu stellen. Eine nähere Untersuchung der hier vorliegenden Verhältnisse hat folgendes ergeben: Die Messungen von O. E. Buckley und L. W. McKeehan (l. c.) sind an 60 cm langen Drähten unter ausdrücklicher Berück-

12) Vgl. I, 1) ... 3) auf S. 195.

13) P. McCorkle (l. c.) gibt für Nickel den Faktor 5,1 ... 5,5 an. Für *Fe* und *Co* fehlen zahlenmäßige Angaben, da die Übereinstimmung offenbar noch schlechter war. Bei R. A. Houstoun (l. c.) ist die Übereinstimmung für *Ni* — vor allem in größeren Feldern — besser, für *Fe* jedoch recht mäßig, wobei der Faktor feldstärken- und vorzeichenmäßig durch 1 geht: für positive λ-Werte sind die $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$-Werte [rechte Seite der Gl. (1)] — ähnlich wie bei Honda (l. c., S. 60) — größer (!) als die $\frac{\partial J}{\partial \mathfrak{H}}$-Werte [linke Seite der Gl. (1)], für negative dagegen — wie üblich — kleiner.

sichtigung der Scherung und die von Y. Masiyama an Ellipsoiden ausgeführt. Die Verwendung von Ellipsoiden legt die Annahme nahe, daß in dieser Arbeit die Feldwerte mit dem Entmagnetisierungsfaktor der Ellipsoide geschert sind, obwohl es in der Veröffentlichung weder hervorgehoben noch indirekt aus ihr erkennbar ist. Gestützt wird diese Vermutung erstens durch den Vergleich der λ-H-Kurven von Masiyama (l. c.) mit den entsprechenden Kurven von A. Schulze[14]), von denen bekannt ist, daß sie ungeschert sind und alle wesentlich flacher verlaufen, und zweitens durch den Vergleich der J-H-Kurven von Masiyama[15]) mit den entsprechenden J-H-Kurven von O. E. Buckley und L. W. McKeehan (l. c.). Dieser Vergleich ergibt zwar, daß die gescherten J-H-Kurven von O. E. Buckley und L. W McKeehan wesentlich steiler verlaufen als die von Y. Masiyama, doch führt die nochmalige Scherung der J-H-Kurven von Masiyama mit dem Entmagnetisierungsfaktor seiner Ellipsoide zu unmöglichen Werten, so daß schon daraus erhellt, daß die in der Arbeit angegebenen H-Werte gescherte H-Werte sind. Überdies hat Masiyama drittens die H-Werte 1936 brieflich als H_{eff} bezeichnet, eine Kennzeichnung, die er 1937 in Übereinstimmung mit dem sonst von der Schule Hondas[16]) benutzten Sprachgebrauch und in ausdrücklichem Gegensatz zu den ungescherten Feldwerten H_{external} benutzt[17]).

Aus alle dem folgt, daß die naheliegende Vermutung, daß es sich in dem einen Fall [linke Seite der Gleichung (1)] um gescherte, in dem andern Fall [rechte Seite der Gleichung (1)] um ungescherte Werte handeln könnte, als zulässige und hinreichende Erklärung nicht in Frage kommt.

Dagegen bietet der obenerwähnte Umstand, daß die gescherten J-H-Kurven von Masiyama grundsätzlich flacher verlaufen als die entsprechenden Kurven von O. E. Buckley und L. W. McKeehan, eine gewisse Handhabe zur Erklärung des Feldstärkenunterschieds, da er auf eine nicht ganz zutreffende Scherung bei Masiyama hinzudeuten scheint. Die an der Scherung von Masiyama anzubringende Verbesserung läßt sich verhältnismäßig genau bestimmen, indem man die für gleiche J-Werte erforderlichen Felder von O. E. Buckley und L. W. McKeehan mit denen von Y. Masiyama vergleicht. Trägt man zu diesem Zweck die J-Werte über dem Nickelgehalt für verschiedene Feldparameter auf, so bekommt man für verschiedene Bereiche folgende Verhältniszahlen:

Tabelle I

$H_{\text{Buckley, McKeehan}}$ in Ø	0,3	0,5	1	2	4	6
H_{Masiyama} in Ø	1	2	4	7	12	20
Verhältnis	3,3	4	4	3,5	3	3,2

Die graphische Auswertung in Fig. 6 gibt im Mittel den Faktor 3,3, der sich natürlich in den

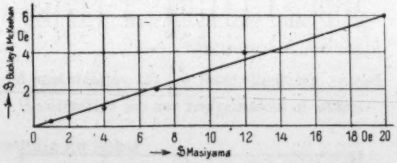

Fig. 6. Vergleich einander entsprechender Feldstärken bei O. E. Buckley und L. W. McKeehan einerseits und Y. Masiyama andererseits.

Tangenten der λ-H-Kurven sehr stark bemerkbar machen muß (Ordinatenunterschied zwischen Fig. 3 und 5 als Folge des Parameterunterschieds in Fig. 3 und 5). Benutzt man diesen Faktor zur Umzeichnung[18]) der Fig. 5, erhält man an deren Stelle Fig. 8. Ein Vergleich von Fig. 8 mit Fig. 3 läßt die überraschende Verbesserung erkennen, die man gleichzeitig in den Ordinaten $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right.$ und $\left.\frac{\partial J}{\partial p}\right)$ und in den Feldparametern beider Figuren bekommt. Dies Ergebnis rechtfertigt nachträglich den eingeschlagenen Weg, obschon es dieser Rechtfertigung kaum bedarf, da die Bezugnahme auf gleiche J-Zustände in beiden Versuchsreihen sicher zuverlässiger ist als die auf gleiche Feldwerte.

Die Aufstellung der Tabelle I glückt in der

14) A. Schulze, Zeitschr. f. Phys. **50**, 448, 1928.

15) Die zu den veröffentlichten H-Werten gehörigen J-Werte, die in der Arbeit nicht enthalten sind, verdankt der Verfasser einer aus anderen Gründen erfolgten freundlichen brieflichen Mitteilung von Prof. Masiyama aus dem Jahre 1936.

16) K. Honda, H. Masumoto, S. Kaya, Sci. Rep. Tôhoku Univ. (1) **17**, 111, 1928.

17) Y. Masiyama, Sci. Rep. Tôhoku Univ. (1) **26**, 1, 1937.

18) Die erste Auswertung der $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$-Werte hatte sich auf die Feldwerte 0, 2, 4, 6, 8, 20 und 25 Ø gestützt. Nach der Umwertung ergaben sich dann nicht vergleichbare Feldparameter. Zur Vermeidung dessen wurde eine $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$-$H$-Darstellung (Fig. 7) dazwischengeschaltet und daraus die $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$-Werte für die Feldparameter der Fig. 3 abgelesen. Fig. 5 ist nachträglich für diejenigen Feldstärken dargestellt, deren Umrechnung mit 3,33 unmittelbar zu mit Fig. 3 vergleichbaren Feldparametern führt. Eine Nachprüfung der λ-Werte bei diesen Feldwerten gab befriedigende Übereinstimmung innerhalb der Unsicherheit der Tangentenbestimmung.

ganzen *Fe-Ni*-Reihe, zweifelsfrei mit Ausnahme kleiner Felder in der Nachbarschaft von Permalloy (78,5 Proz. *Ni*). In diesem Gebiet wächst der Faktor für kleine Felder sehr stark an. Dies

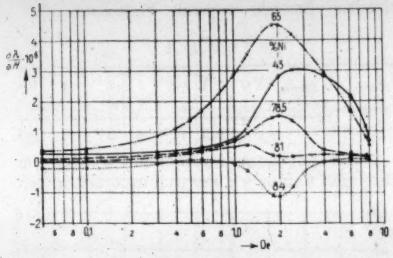

Fig. 7. Empfindlichkeit $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$ für verschiedene *N* Gehalte in Abhängigkeit von der Feldstärke *H*.

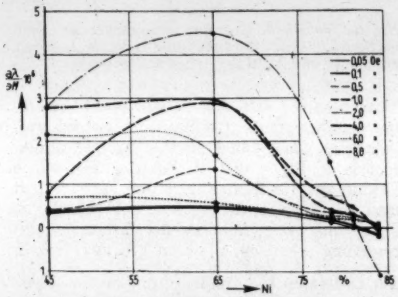

Fig. 8. Empfindlichkeit $\frac{\partial \lambda}{\partial H}$ bei verschiedenen Feldstärken in Abhängigkeit vom *Ni*-Gehalt.

ist nicht verwunderlich, wenn man berücksichtigt, daß das innere Feld bei Permalloy in kleinsten Feldern praktisch Null bleibt, eine für die beiden sehr verschiedenen Entmagnetisierungsfaktoren von Buckley und McKeehan einerseits und Masiyama andererseits durchgeführte Scherung also sehr schwierig ist und mit großen Unsicherheiten behaftet bleibt. An der grundsätzlichen Zurückführbarkeit der Masiyamaschen Feldmessungen auf die von Buckley und McKeehan ändert dies jedoch nichts, so daß man die Übereinstimmung der Fig. 1 und 8 als im Rahmen der Genauigkeit der Tangentenbestimmungen gesichert betrachten kann. Die Tatsache des Anstieges des Reduktionsfaktors in genau dem gleichen Gebiet, in dem sich Fig. 4 und 8 noch unterscheiden (Permalloygegend in kleinen Feldern), schließt sogar die Möglichkeit ein, auch diese Abweichung zahlenmäßig noch stark herabdrücken, wenn nicht gar beseitigen zu können. Doch reichen die vorhandenen Unterlagen zu einer sicheren Entscheidung dieser Frage nicht aus.

Man kommt somit zu dem Schluß, daß die thermodynamisch abgeleitete Gleichung (1) im allgemeinen wesentlich besser durch die Erfahrung bestätigt wird, als es nach den bisher im Schrifttum vorliegenden Untersuchungen den Anschein hatte. Sie gilt vor allem – was im Hinblick auf Anmerkung 19 besonders bemerkenswert ist – nicht nur für kleine Feldstärken, sondern – wie die Parameterwerte von Fig. 3 und 8 zeigen – auch für große Felder, ist also nicht auf die Anfangspermeabilität beschränkt, sondern auf der ganzen Neukurve gültig[19]).

Der Unterschied zwischen Fig. 3 und 4 im Bereich der Permalloyzusammensetzung und kleinen Feldern klärt zugleich den scheinbaren Widerspruch zwischen der Theorie und der Erfahrung auf, indem er erkennen läßt, daß die besondere Brauchbarkeit der Permalloylegierungen für magnetoelastische Meßvorrichtungen an eine endliche elastische Beanspruchung geknüpft ist, wie sie naturgemäß bei elastischen Messungen auftreten, während die theoretischen Folgerungen aus Gleichung (1) beim Übergang zum Limes erfüllt sind. Zugleich zeigt Fig. 4 aber auch, daß man offenbar mit nickelärmeren Legierungen und größeren Vormagnetisierungen zu

19) Die Gl. (1) ist in ähnlicher Weise allgemeiner als die auf die Anfangspermeabilität μ_0, Sättigung J_∞ und Höchstmagnetostriktion λ_∞ gegründeten Formeln, deren es mehrere mit verschiedenen Proportionalitätskonstanten gibt, wie die Nachwirkungsformel von H. Kühlewein (Physik. Zeitschr. **32**, 472, 1931) durch Einführung von μ_{diff} an Stelle von μ_0 über die auf kleinste Felder beschränkte Formel von W. Wolman (ZTP. **10**, 595, 1929) hinausgeht und für die ganze Neukurve gültig wird. Sie verknüpft den jeweiligen *J*-Wert mit dem jeweiligen Magnetostriktionswert λ. Für reine Drehprozesse ist – wegen $\lambda = c J^2$, vgl. Fußnote 10 – $\frac{J_\infty^2}{\lambda_\infty} = \frac{J^2}{\lambda}$, so daß man statt

$$\varkappa_0 = \frac{2}{9} \frac{J_\infty^2}{\lambda_\infty \sigma_i} \tag{3}$$

setzen kann:

$$\varkappa_0 = \frac{2}{9} \frac{J^2}{\lambda \sigma_i} \tag{4}$$

oder, da die Gl. (3) für ein Modell mit $\varkappa_0 = \varkappa = \varkappa_{\max}$ gewonnen ist,

$$\lambda \sigma_i = \frac{2}{9} J H . \tag{5}$$

Die im Schrifttum vorkommenden Proportionalitätskonstanten $\frac{2}{9}$ und $\frac{1}{3}$ unterscheiden sich – wie auch in früheren Fällen (M. Kersten, ZTP. **15**, 249, 1935; O. v. Auwers, WVSW. **15**, H. 2, 119, 1936) von dem thermodynamischen Wert 1 merklich, obwohl sie für lim *H* und lim *p* übereinstimmen sollten.

ebenso großen oder größeren magnetoelastischen Empfindlichkeiten kommen kann, falls der schmale Höchstwert im Bereich der Permalloylegierungen nicht für passend gewählte elastische Aussteuerungen noch merklich gesteigert werden kann, eine Frage, die außerhalb des Ziels der vorliegenden Untersuchung lag.

Bei der Beschränktheit der Meßergebnisse von Buckley und McKeehan, deren Auswertbarkeit wegen mangelnder Abstufung der elastischen Beanspruchung nicht immer ganz befriedigend ist, wäre eine unmittelbare experimentelle Prüfung der Gleichung (1) an ein und demselben Ferromagnetikum nach wie vor wünschenswert. Dies gilt vor allem in Hinblick auf den Faktor 3, obwohl dessen Beseitigung auf dem Umweg über gleiche J- statt H-Werte sicher einwandfrei ist, und auf die auf S. 198 erwähnte mangelnde Übereinstimmung der Proportionalitätskonstanten zwischen den Differentialprodukten der magnetischen und elastischen Spannungen JH und λp einerseits und JH und $\lambda\sigma_i$ anderseits. Besonders aussichtsreich wären hierfür Messungen an Werkstoffen mit magnetischer Quervorzugslage, d. h. mit reinen Drehvorgängen, wie sie die Isoperme darbieten, an denen Verfasser[20]) seinerzeit ebenso wie M. Kersten[21]) abweichende Proportionalitätskonstanten gefunden hat.

20) O. v. Auwers, l. c., S. 119.
21) M. Kersten, l. c., S. 249.

Berlin-Siemensstadt, im Mai 1944.

(Eingegangen 8. Juli 1944)

Über die Lichtzerstreuung im Nebel

Von F. Löhle

Zusammenfassung

An Hand von Messungen der Aufhellung schwarzer Ziele im Nebel wird die Gültigkeit der Bouguerschen Luftlichtformel nachgewiesen.

Vom optischen Standpunkt ist der Nebel vergleichbar mit einem leuchtenden Gas, z. B. einer Flamme. Beim Nebel sind es die Wassertröpfchen, bei einer Flamme die Kohlenstoffpartikelchen, welche die Helligkeit bzw. das Leuchten verursachen.

Die Frage, nach welchem Gesetz die Helligkeit eines leuchtenden Gases mit der Schichtdicke zunimmt, ist schon in klassischer Zeit gestellt worden. F. Jentzsch[1]) glaubte die grundlegende Formel als „Lommels Emissionsgesetz" hervorheben zu sollen. In Wirklichkeit gebührt dem Altmeister der Photometrie M. Bouguer[2]) die Priorität. Bouguer hat das genannte Gesetz schon der Aufhellung von bewaldeten Höhen mit zunehmender Entfernung zugrunde gelegt. In der meteorologischen Optik sollte daher das Gesetz als „Bouguersche Luftlichtformel" Platz finden.

Die Bouguersche Luftlichtformel bildet die Grundlage der Sichttheorie von H. Koschmieder[3]). Eigene Messungen[4]) im Havelland, Schwarzwald und in den Hohen Tauern mit Hilfe von bewaldeten Höhen als Zielen nach dem Vorgang von Bouguer — Bouguersches Sichtmeßverfahren — haben die Gültigkeit des Bouguerschen Ansatzes beim Leuchten des Luftplanktons im Sichtweitenbereich von 5–100 km erwiesen. Das Ergebnis ist inzwischen von E. O. Hulburt[5]) für Sichtweiten zwischen 0,6 und 15 km bestätigt worden[6]).

Ob die Bouguersche Luftlichtformel auch auf Nebel anwendbar ist, war bis dahin ungewiß. Diese Lücke soll durch die vorliegende Mitteilung ausgefüllt werden

§ 1. Meßanordnung

Fig. 1 stellt ein schematisches Bild der benutzten Bouguerschen Meßanordnung dar. Gemessen wird die Aufhellung des schwarzen Zieles ABCD, d. i. die auf diese Fläche projizierte Lichtmenge der Nebeltröpfchen innerhalb der Sehstrahlpyramide PABCD.

Vergleichslichtquelle ist die Flächenhelligkeit des Nebels in der Umgebung des Zieles, d. i. die Grenzhelligkeit i_g oder maximale Aufhellung

1) F. Jentzsch, Ann. d. Phys. **39**, 997, 1912 (Habilitationsschrift).
2) M. Bouguer, Traité d'Optique, S. 360ff., Paris 1760.
3) H. Koschmieder, Beitr. z. Phys. d. fr. Atm. **12**, 33, 171, 1924.
4) F. Löhle, Sichtbeobachtungen vom meteorologischen Standpunkt, J. Springer, Berlin 1941, wo weitere Literaturangaben zu finden sind.
5) E. O. Hulburt, Journ. Opt. Soc. Amer. **31**, 467, 1941.
6) Gegenüber dem derzeitigen Stand der Sichtmessungen haben die älteren, in dieser Zeitschrift von A. Wigand in den Jahren 1919–1924 veröffentlichten Arbeiten nur noch historisches Interesse. Der Wigandsche Sichtmesser hat sich nicht durchgesetzt.

einer schwarzen Fläche, welche bei Entfernung des Beobachters vom Ziel über die Sichtweite hinaus erreicht wird und bei weiterer Vergrößerung des Abstandes nicht überboten werden kann[7]).

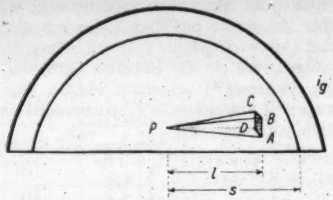

Fig. 1. Aufhellung einer schwarzen Fläche $ABCD$ mit zunehmendem Abstand l vom Standort des Beobachters in P bei Nebel. Bouguersches Meßverfahren. Darüber Referenzfläche der Sichtweite s und Referenzfläche der Leuchtdichte i_g des Nebels in Sichtgrenze (= 1,25 s).

Als Ziele wurden mit Kienruß bestrichene Tafeln aus Sperrholz bis zur Größe von rund 1 × 1 m benutzt. Daneben kam noch ein schwarzes Tuch aus dickem, haarigem Plüschfries von 2 × 2 m Abmessung zur Verwendung; es wurde wie eine weiße, Projektionszwecken dienende Leinwand zwischen Pfählen straff verspannt.

Das Tuch füllte das innere Feld des Photometerwürfels eines Sichtphotometers bis zu einem Abstand Photometer-Ziel von rund 300 m vollständig aus. Um die größeren, bei schwachem Nebel vorkommenden Entfernungen: Photometer-Ziel bewältigen zu können, wurde ein Pulfrichphotometer mit Televorsatz (Fernphotometer) herangezogen.

Der Televorsatz ermöglichte die Verwendung von beweglichen Zielscheiben von 0,6 × 1 m Abmessung bis zu einem Abstand von 250 m. Verzichtet man auf die vollständige Ausfüllung des Gesichtsfeldes, so kann man mit dem Fernphotometer bis auf Entfernungen von fast 1 km, mit festem Ziel (von 2 × 2 m Abmessung) bis auf rund 2 km photometrieren.

Die Messungen wurden im Saaletal, 7 km unterhalb von Jena, auf Wiesengelände durchgeführt. Die beiden Meßbahnen von 300 bzw. 900 m Länge erstreckten sich längs der Saale von NNO gegen SSW. Die Entfernungen wurden gekennzeichnet durch Meßmarken, welche in Form von Stöcken in Abständen von 20 bzw. 50 m in den Boden eingerammt waren. Die Messungen wurden teils mit feststehendem Meßgerät (Fernphotometer) bei Benutzung der Zielscheiben, teils mit Standortwechsel des Instrumentes (Sichtphotometer) bei Verwendung des schwarzen Tuches durchgeführt.

7) Über die diesbezüglichen photometrischen Beziehungen cf. F. Löhle, l. c.

§ 2. Meßgeräte

Zur Verfügung standen ein Sichtphotometer und ein Fernphotometer. Das verwandte Sichtphotometer[8]) zeigt gegenüber dem bisher benutzten Instrumententyp keinerlei Verbesserung. Daher kann auf die an anderer Stelle erfolgte Beschreibung des Gerätes verwiesen werden[9]).

Das Fernphotometer ist eine Neukonstruktion der Firma C. Zeiß[10]). Dem Gerät liegt die Forderung zugrunde, bis auf Entfernungen von wenigen Kilometern mit beweglichen Zielscheiben erträglichen Ausmaßes nach der Bouguerschen Methode arbeiten zu können. Zu diesem Zweck wurde einfach vor dem Pulfrichphotometer ein Televorsatz mit einer Äquivalentbrennweite von rund 6 m angebracht.

§ 3. Meßergebnisse

Gemessen wurde die scheinbare Leuchtdichte h_s einer schwarzen Fläche relativ zur Horizonthelligkeit i_g (im Azimut der Meßbahn) für verschiedene Abstände l des Photometers vom Ziel. Bei jedem Standortwechsel wurden zwei Meßreihen ohne und vier mit Filtern ausgeführt. Die Zahl der Einzelmessungen wurde bei jeder Meßreihe auf 3 Trommelablesungen beschränkt. Auf diese Weise war es möglich, innerhalb von einer Stunde 5–6 Standortwechsel vorzunehmen.

Nur selten bleibt aber die Nebeldichte so lange Zeit konstant. Ein Gang der Sichtweite muß in der Regel in Kauf genommen werden. Noch störender sind die zufälligen Schwankungen der optischen Dichte des Nebels infolge von Schwadenbildung. Diese unregelmäßige Inhomogenität tritt besonders auffällig in Erscheinung bei nässendem Nebel.

Die Meßergebnisse sind in Einklang mit der bekannten Beobachtungstatsache, daß der empfundene relative Helligkeitsunterschied (Kontrastempfindung) zwischen einem dunklen Gegenstand und der Helligkeit des Nebels proportional mit der Annäherung des Beobachters zunimmt. Zwischen Reiz (Kontrast) und Empfindung besteht aber bekanntlich nach dem

8) Die Firma Winkel-Zeiß stellt Gebrauchsanweisungen des Gerätes mit Abbildungen auf Wunsch zur Verfügung.

9) Vgl. F. Löhle, Sichtbeobachtungen, l. c., und Gebrauchsanweisung zum Sichtphotometer (Firma Winkel-Zeiß, Göttingen).

10) C. Zeiß, Jena, stellt auf Wunsch eine Gebrauchsanweisung mit Abbildung des Gerätes zur Verfügung.

Weber-Fechnerschen Gesetz im Bereich der mittleren Tageshelligkeiten eine logarithmische Abhängigkeit. Daher sprechen schon die bloßen Augenbeobachtungen für die Gültigkeit der folgenden Beziehung

$$h_s = i_g\,(1 - e^{-\varkappa l}) \qquad (1)$$

bzw.

$$-\ln K = \varkappa l \qquad K = \frac{i_g - h_s}{i_g}. \qquad (2)$$

Die Gleichung besagt, daß der Kontrast K zwischen Ziel und Umgebung logarithmisch mit zunehmender Entfernung l des Beobachters vom Ziel abnimmt. Proportionalitätskonstante ist der mittlere Zerstreuungskoeffizient $\varkappa$.

Nach Gleichung (2) muß für $l \to 0$ auch $K \to 0$ gehen, d. h. in einem $\ln K/l$-Koordinatensystem muß die Gerade, welche die zugehörigen Meßpunkte ($\ln K$, l) verbindet, durch den Koordinaten-Nullpunkt verlaufen.

Die Meßergebnisse bestätigen die Richtigkeit des Ansatzes (2). Trägt man auf der Abszisse die Entfernungen l des Photometers von der schwarzen Fläche ab, auf der Ordinaten die Logarithmen der gemessenen Kontraste $1 - \frac{h_s}{i_g}$, so liegen die Meßpunkte auf einer durch den Ursprung des Koordinatensystems gehenden Geraden, welche sich als das Bild der Funktion:

$$\frac{-\log\left(1 - \frac{h_s}{i_g}\right)}{\log e} = \varkappa l \qquad (3)$$

erweist. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit einer durch den Punkt $1 - \frac{h_s}{i_g} = 0{,}02$ gezogenen Parallelen zur Abszissenachse gibt die repräsentative Sichtweite an. Die beobachtete Sichtweite kann hiervon je nach der Übung des Beobachters mehr oder weniger stark in Richtung besserer Sichtweiten abweichen.

Die graphische Auswertung der Messungen führte zu einem erfreulich einfachen Bild: Die ausgleichenden Geraden der Meßergebnisse von 17 Fällen – von insgesamt 53 Meßreihen, wovon rund ein Drittel wegen Inhomogenität oder vorzeitiger Auflösung des Nebels verworfen werden mußten – von Strahlungs- und Advektionsnebel gehen ausnahmslos durch den Koordinatennullpunkt. Daraus ist die strenge Gültigkeit der Bouguerschen Luftlichtformel

$$\frac{h_s}{i_g} = 1 - e^{-\varkappa l} \qquad (4)$$

zu folgern.

Das beschriebene funktionelle Verhalten der Meßergebnisse ist auch bei nässendem Nebel noch gut gewahrt. Das zeigt die Fig. 2. Nässende Nebel neigen zur Schwadenbildung. Das war in ausgesprochenem Maße der Fall bei dem am

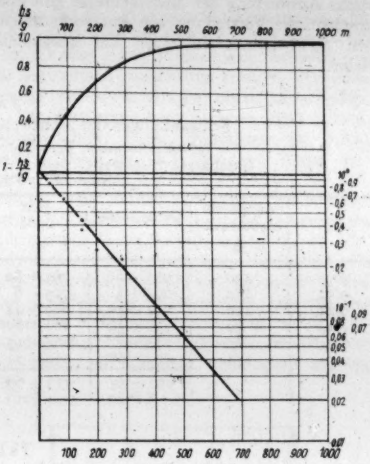

Fig. 2.

Bouguersche Luftlichtformel: $h_s = i_g\,(1 - e^{-\varkappa l})$

1) Bild der Funktion: $\frac{h_s}{i_g} = 1 - e^{-\varkappa l}$

2) Bild der Funktion: $-\log\left(1 - \frac{h_s}{i_g}\right) = \frac{\varkappa}{2{,}3}\,l$

nach Messungen der Aufhellung einer schwarzen Fläche durch Nebel

(· — · Messungen vom 6. 10. 41, vgl. Tab. I)

$1 - \frac{h_s}{i_g} = 0{,}02$ willkürlich vorgegebener Kontrastwert eines schwarzen Zieles, das sich definitionsgemäß in Sichtweite befinden soll.

6. 10. 1941 vorgelegenen Advektionsnebel. Gegen 8,20 Uhr fing dieser zu nässen an. Im Thermogramm (vgl. Fig. 3) ist der Übergang zu nässen-

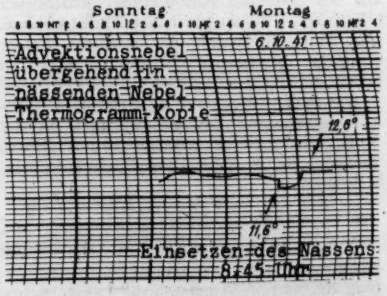

Fig. 3. Thermogramm-Kopie vom 6. Oktober 1941.

dem Nebel an dem Temperatursprung von — 0,6° zu erkennen.

Die in Tabelle I wiedergegebene rechnerische Auswertung der Meßergebnisse gibt eine anschauliche Vorstellung von den vorkommenden Sichtweiteschwankungen bei nässendem Nebel.

Eine Wolken- oder Hochnebeldecke über der Nebelschicht begünstigt die Stabilität der Verhältnisse. Dichter Dunst erweist sich unter denselben Umständen als hervorragend konstant, besonders wenn noch eine die Bodenwärme abschirmende Schneedecke hinzukommt, vgl. Tabelle II.

Tabelle I

Schwankungen der Sichtweite bei nässendem Nebel (6. 10. 41)

Advektionsnebel. 8,20 Uhr: Übergang in nässenden Nebel.
Geschätzte Sichtweite: 600 m. Wind: NE, Bft. 1–2. Temperatur: 12°.
(Mittelaue, 7 km unterhalb von Jena)

Zeit	Länge der Meßstrecke m	Ohne Filter m	Rot 6900 m	Gelb 5900 m	Grün 5500 m	Blau 4600 m	Ohne Filter m
9,00	150	757 + 66	795 + 82	776 + 70	722 + 43	710 + 42	740 + 43
9,12	280	694 + 3	705 — 8	778 + 72	733 + 54	728 + 60	712 + 15
9,22	200	632 — 59	669 — 44	648 — 58	588 — 91	573 — 95	648 — 49
9,34	40	730 + 39	800 + 87	700 — 6	725 + 46	682 + 14	732 + 35
9,43	80	712 + 21	668 — 45	690 — 16	707 + 28	692 + 24	715 + 18
9,54	150	623 — 68	639 — 74	642 — 64	600 — 70	625 — 43	637 — 60
		691 ± 54	713 ± 69	706 ± 60	679 ± 67	668 ± 58	697 ± 44
		±7,8 Proz.	±9,7 Proz.	±8,5 Proz.	±9,9 Proz.	±8,7 Proz.	±6,3 Proz.

Tabelle II

Schwankungen der Sichtweite bei starkem Dunst (25. 2. 42)

Geschätzte Sichtweite: 2–2,5 km. Wind: N, Bft. 1–2, auffrischend. Temperatur: –2°, Schneedecke 28 cm

Zeit	Länge der Meßstrecke m	Ohne Filter m	Rot 6900 m	Gelb 5900 m	Grün 5500 m	Blau 4600 m	Bemerkungen
11,45	280	2650 + 83	2740 + 15	2470 — 27	2550 + 88	2380 + 10	
11,55	200	2510 — 57	2670 — 55	2440 — 57	2430 — 32	2300 — 70	
12,08	100	2530 — 37	2780 + 55	2530 + 33	2450 — 12	2470 + 100	
12,20	40	2580 + 13	2710 — 15	2550 + 53	2420 — 42	2330 — 40	
		2567 ± 62	2725 ± 47	2497 ± 69	2462 ± 60	2370 ± 69	
		±2,4 Proz.	±1,7 Proz.	±2,8 Proz.	±2,4 Proz.	±2,9 Proz.	

Die mittleren Fehler der gemessenen Sichtweiten schwanken in Prozent ausgedrückt zwischen 8,5 und 2,4 Proz. Der von diesen Grenzwerten eingeschlossene Bereich kennzeichnet die mit den jeweiligen Beobachtungsverhältnissen schwankende Genauigkeit der Meßergebnisse. Der Durchschnittswert der mittleren Fehler sämtlicher gemessenen Sichtweiten liegt bei 6 Proz.

Der mittlere Meßfehler einer einzelnen Beobachtungsreihe mit drei Einstellungen an der Meßtrommel schwankt zwischen 1,3 und 1,7 Proz. Man kann ihn bei einiger Übung leicht auf 1 Proz. herabdrücken.

§ 4. Fehleruntersuchung

Neben dem Bouguerschen Sichtmeßverfahren kommt auch noch – besonders bei der Ermittlung von Nachtsichtweiten – der Lambertschen Methode der Schwächung gerichteten Lichtes praktische Bedeutung zu. So liegt z. B. dem Sichtmeßgerät von Junginger-Schönwald[11]) das Lambertsche Absorptionsmeßverfahren zugrunde. Eine Stellungnahme zu den beiden Verfahren setzt eine vergleichende Fehleruntersuchung voraus.

Gesucht wird der relative Fehler des Meßergebnisses beim Lambertschen und Bouguerschen Verfahren, d. h. der prozentische Fehler der gemessenen Sichtweite $\frac{\Delta s}{s}$. Wegen der Beziehung $\frac{\Delta s}{s} = -\frac{\Delta \varkappa}{\varkappa}$ zielt die Fragestellung ab auf einen Vergleich der bei der Messung der

11) B. Schönwald und Th. Müller, Zeitschr. f. techn. Phys. 23, 30, 1942; vgl. auch B. Schönwald, „Untersuchungen über die Gesetzmäßigkeiten des Sehens und der Sichtweite", Habilitationsschrift der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Deutschen Karlsuniversität in Prag 1943 (Manuskript)

Extinktion $\ln \frac{1}{J/J_0}$ bzw. der Aufhellung $\ln \frac{1}{1-\frac{h_s}{i_g}}$ auftretenden Fehler:

$$\ln \frac{1}{J/J_0} \equiv \ln \frac{1}{D} = \varkappa l \qquad (5)$$

$$\ln \frac{1}{1-\frac{h_s}{i_g}} \equiv \ln \frac{1}{K} = \varkappa l . \qquad (6)$$

Die voneinander unabhängigen Meßgrößen J und J_0 bzw. h_s und i_g seien mit den mittleren Fehlern ΔJ und ΔJ_0 bzw. Δh_s und Δi_g behaftet. Unter Berücksichtigung des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnet sich der größte zu befürchtende mittlere Fehler $\Delta\varkappa$ des Meßergebnisses zu

$$(\Delta\varkappa)^2 = \left(\frac{\partial \ln 1/D}{\partial J_0}\right)^2 (\Delta J_0)^2 + \left(\frac{\partial \ln 1/D}{\partial J}\right)^2 (\Delta J)^2 \qquad (7)$$

und der größte zu erwartende relative Fehler zu

$$\frac{\Delta\varkappa}{\varkappa} = \frac{\Delta J_0}{J_0} \cdot \frac{\sqrt{1 + (1/D)^2 \left(\frac{\Delta J}{\Delta J_0}\right)^2}}{\ln 1/D} \qquad (8)$$

beim Lambertschen Meßverfahren bzw. zu

$$\frac{\Delta\varkappa}{\varkappa} = \frac{\Delta i_g}{i_g} \cdot \frac{\frac{h_s}{i_g}\sqrt{1 + \left(\frac{1}{h_s/i_g}\right)^2 \left(\frac{\Delta h_s}{\Delta i_g}\right)^2}}{(1 - h_s/i_g) \ln \frac{1}{1 - h_s/i_g}} \qquad (9)$$

bei der Bouguerschen Methode.

Setzt man gleiche Ablesegenauigkeit an der Meßtrommel voraus, so kann $\Delta J = \Delta J_0$ bzw. $\Delta h_s = \Delta i_g$ angenommen werden. Wird noch $\frac{\Delta J_0}{J_0} = \frac{\Delta i_g}{i_g} = 0{,}01$ vorgegeben, so sind für die relativen Fehler die Ausdrücke

$$A = \frac{\sqrt{1 + 1/\alpha^2}}{\ln 1/\alpha} \qquad \alpha = J/J_0 \qquad (10)$$

bzw.

$$B = \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{(1 - \beta) \ln \frac{1}{1 - \beta}} \qquad \beta = h_s/i_g \qquad (11)$$

ausschlaggebend.

Damit ergeben sich zur Berechnung der l-Werte, bei welchen die relativen Fehler ihr Minimum erreichen, die Bestimmungsgleichungen

$$\ln 1/\alpha = 1 + \alpha^2 \quad \text{erfüllt für } \alpha = 0{,}333 \qquad (12)$$

und

$$\ln \frac{1}{1-\beta} = \frac{1+\beta^2}{1+\beta} \quad \text{erfüllt für } \beta = 0{,}571 . \qquad (13)$$

Die Kleinstwerte von $\frac{\Delta\varkappa}{\varkappa}$ folgen daraus zu 2,88 bzw. 3,18 Proz.

Die genannten minimalen relativen Fehler werden bei den vorgegebenen Meßstrecken von z. B. 0,1 oder 0,2 km (Lambertsches Verfahren) bzw. 0,1 oder 1 km (Bouguersche Methode) nur bei bestimmten Sichtweiten erreicht, und zwar bei 357 oder 713 m bzw. bei 463 m oder 4,63 km.

Die Versetzung der schwarzen Flächen beim Bouguerschen Sichtmeßverfahren ist leicht durchführbar. Bei dem geringen, damit verbundenen Materialaufwand kann auch die Aufstellung von mehreren Scheiben in verschiedenen Entfernungen in Betracht kommen. Die Ausnutzung dieses Vorteils ermöglicht die Einhaltung einer Meßgenauigkeit von 3–4 Proz. in dem Sichtweitenbereich von 250 m bis 10 km. Das Lambertsche Meßverfahren läßt dagegen bei einer Meßstrecke von 100 m nur die Erfassung des kleinen Sichtweitenbereichs von 200–800 m mit derselben Genauigkeit zu, vgl. Fig. 4.

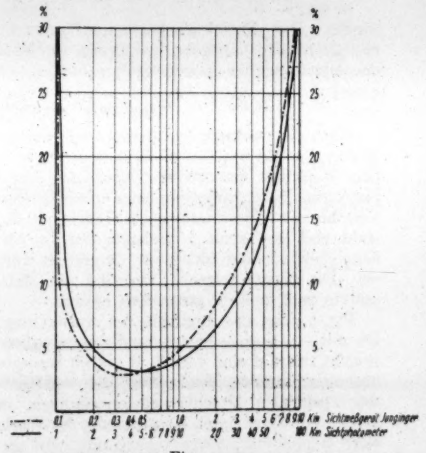

Fig. 4.
Relative Fehler $\frac{\Delta s}{s}$ der gemessenen Sichtweite in Prozent in Abhängigkeit von der Sichtweite.
–·–·– für das Sichtmeßgerät Junginger mit einer Meßstrecke von 100 m, ——— für das Sichtphotometer mit einer Meßstrecke von 1 km.

Mit dem angegebenen Wert von 10 km ist beim Bouguerschen Sichtmeßverfahren die obere Grenze der mit einer Genauigkeit von 3,2 Proz. meßbaren Sichtweite noch keineswegs erreicht. Die dazu benötigte Verlängerung der Meßstrecke über 1 km hinaus ist nur eine

Frage der Anwendung einer noch stärkeren Vergrößerung im abbildenden Telesystem.

Zur Zeit liegt aber kein praktisches Bedürfnis vor, Sichtweiten größer als 10 km mit derselben erhöhten Genauigkeit zu messen. Im Flugverkehr treten nennenswerte Landungsschwierigkeiten erst bei Sichtweiten unter 3 km auf. Das Interesse an der Ersetzung der rohen Sichtschätzungen durch genaue Messungen erstreckt sich daher vor allem auf den Sichtweitenbereich zwischen 1 und 5 km.

§ 5. Spektrale Abhängigkeit der Sichtweite in Nebel und dichtem Dunst

Die Differenzen zwischen den gemessenen Sichtweiten im roten und blauen Spektralbereich ($s_{rot} - s_{blau}$) zeigen eine bemerkenswerte Abhängigkeit vom jeweiligen Trübungsgrad der Luft: Mit zunehmender Eintrübung und Verdichtung des Dunstes zu Nebel werden die beobachteten Differenzen stetig kleiner.

$\frac{\varkappa\,\text{blau}}{\varkappa\,\text{rot}}$ wurde auch im Nebel immer > 1 gefunden. Der Extinktionskoeffizient gehorcht also auch beim Übergang von Dunst zu Nebel der Ångströmschen Beziehung[12])

$$\varkappa_\lambda = \beta \lambda^{-x} \qquad 0 < x < 4. \tag{14}$$

Nach den vorliegenden älteren und neueren Meßergebnissen mit dem Sichtphotometer ist x eine Funktion der Beschaffenheit des Luftplanktons. In Ermangelung eines einwandfreien Verfahrens zur Bestimmung von Teilchengröße, -zahl und -art kann x vorläufig nur in Abhängigkeit von der Sichtweite dargestellt werden. Die daraus folgende Streuung der Meßpunkte muß in Kauf genommen werden.

Fig. 5 zeigt das Ergebnis der Auswertung. Die mit —∘—∘— versehene Verbindungslinie bezieht sich auf eine von M. Wolff[13]) besorgte zusammenfassende Bearbeitung der vorliegenden spektralen Durchlässigkeitsmessungen in Dunst und Nebel durch Ausgleichung der Werte $\frac{\varkappa_{blau}}{\varkappa_{rot}}$ in Abhängigkeit von der Sichtweite. Die durch —×—×—× gekennzeichnete Kurve stellt die Parabel

$$x = 0{,}0585 \cdot s^{1/3} \qquad (s \text{ in } m) \tag{15}$$

dar.

Die starke Streuung der Meßwerte in Fig. 5 darf nicht wundernehmen, wie die folgende Fehlerbetrachtung zeigt. Der Herleitung des Wellenlängenexponenten x wurde der Ansatz von Ångström [vgl. Gleichung 14)] zugrunde gelegt und x mit Hilfe der beiden Wellenlängen $\lambda_1 = 4800$ ÅE und $\lambda_2 = 6600$ ÅE gemäß

$$x = \frac{\log \varkappa_1 - \log \varkappa_2}{\log \lambda_2 - \log \lambda_1} \tag{16}$$

bestimmt.

Der größte zu erwartende relative Fehler $\frac{\Delta x}{x}$ berechnet sich mit dem oben ermittelten Wert $\frac{\Delta \varkappa}{\varkappa} = 0{,}032$ und dem für einen Nebel mit einer Sichtweite $s = 1$ km geltenden Verhältnis $\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} \sim 1{,}2$ für $\frac{\Delta \varkappa_2}{\Delta \varkappa_1} = 1$ und die beiden oben genannten Wellenlängen nach

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta \varkappa_1}{\varkappa_1} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}\right)^2 \left(\frac{\Delta \varkappa_2}{\Delta \varkappa_1}\right)^2}}{\log \frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}} \tag{17}$$

zu

$$\frac{\Delta x}{x} = 0{,}63\,.$$

Der für einen Nebel mit einer Sichtweite von 1 km geltende Wellenlängenexponent $x = 0{,}5$ läßt sich demnach z. B. nur mit einer Genauigkeit $x = 0{,}5 \pm 0{,}32$ festlegen.

Mit einer etwas größeren Genauigkeit in der Bestimmung von x kann man erst im Bereich der reinen Rayleighstreuung rechnen (Größen-

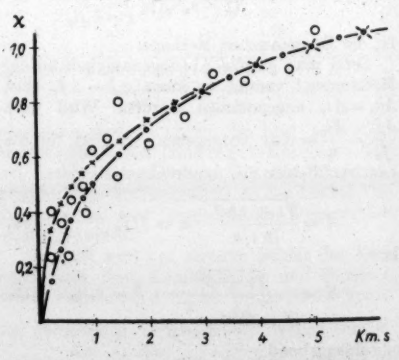

Fig. 5. Abhängigkeit der Farbe von Dunst und Nebel von der Sichtweite s nach Maßgabe des Wellenlängenexponenten x der Ångströmschen Beziehung.
∘—∘—∘—∘ nach einer von M. Wolff besorgten zusammenfassenden Bearbeitung der vorliegenden Durchlässigkeitsmessungen in Dunst und Nebel; ○ ○ ○ ○ : nach Messungen mit dem Sichtphotometer und Fernphotometer; – – – ×—×—×—×: Parabel: $x = 0{,}0585 \cdot s^{1/3}$.

12) J. Duclaux, Journ. Phys. Radium (VIII) 1, 41, 1940.
13) M. Wolff, Das Licht 8, 105, 128, 1938.

ordnung 20 Proz.). An dieser zur Zeit unüberwindbaren Schwierigkeit kranken sämtliche zur Bestätigung des λ^{-4}-Gesetzes unternommenen Messungen[14]).

L. Foitzik[15]) hat in vereinzelten Fällen auch Verhältnisse $\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} < 1$ (Größenordnung 0;95) gefunden. In dem Sichtweitenbereich zwischen 100 und 400 m lassen sich, wie die Rechnung zeigt, die Wellenlängenexponenten x nicht genauer als auf rund 40–50 Proz. ermitteln. Angesichts dieser Ungenauigkeit scheint es gewagt, aus den Meßergebnissen von Foitzik die Folgerung zu ziehen, daß der Wellenlängenexponent die Null durchlaufen und auch negative Werte annehmen kann, wodurch erst die vorgenommene Klassifikation der Nebel in „normale" und „anomale" ihre Berechtigung erhalten würde.

§ 6. Allgemeingültigkeit der Bouguerschen Luftlichtformel für das trübe Medium Luft

Nach den vorliegenden Messungen ist die Bouguersche Luftlichtformel auch für natürlichen Nebel bis herab zu Sichtweiten von rund 200 m streng gültig. Unter Heranziehung der im Havelland, Schwarzwald und den Hohen Tauern durchgeführten Sichtmessungen kann nunmehr die Richtigkeit der Bouguerschen Luftlichtformel in dem Sichtweitenbereich von 0,2 bis 100 km als nachgewiesen gelten. Zu prüfen bleibt noch die Unterordnung der seltenen Fernsichten[16]) unter das Bouguersche Gesetz. Der Nachweis der Gültigkeit der Bouguerschen Luftlichtformel im Bereich der Sichtweiten größer als 100 km läßt sich indirekt durch Heranziehung der Messungen der Himmelshelligkeit durch G. I. Pokrowski[17]) erbringen. Pokrowski mißt die milchige Trübung h_s des blauen Himmelsgrundes in verschiedenen Höhen φ über dem Horizont. Bedeutet H_0 die Dicke der Lufthülle, so berechnen sich die wirksamen Längen der mit lichtzerstreuenden Teilchen angefüllten Sehstrahlpyramiden zu $H_0/\sin\varphi$ und die Zunahme der milchigen Trübung des blauen Himmelsgrundes mit Annäherung an den Horizont zu

$$h_s = i_\varphi \left(1 - e^{-\frac{H_0}{\sin\varphi}}\right) \tag{18}$$

Pokrowski hat durch Beschränkung der Messungen auf den Bereich $10° < \varphi < 75°$ die Gültigkeit der Formel (18) nachweisen können.

Die Gesamtheit der vorliegenden Untersuchungen berechtigt zu dem Schluß, daß der Bouguerschen Luftlichtformel in der Anwendung auf die atmosphärischen Trübungen Allgemeingültigkeit zukommt.

14) J. Dufay, Journ. Phys. Radium (VIII) **1**, 251, 1940.

15) L. Foitzik, Wiss. Abh. Reichsamt Wetterdienst **4**, Nr. 5, 1938.

16) F. Löhle, Sichtbeobachtungen, l. c.

17) G. I. Pokrowski, Zeitschr. f. Phys. **34**, 496, 1925.

(Eingegangen 7. Mai 1944)

Ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes

Von M. Czerny

Zusammenfassung

Es wird ein Rechenschieber beschrieben, auf dem die Intensität einer schwarzen Strahlung in einem beliebigen, endlichen Wellenlängenbereich abgelesen werden kann.

Beim Planckschen Gesetz der spektralen Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung besteht die Schwierigkeit, daß man es nicht in geschlossener Form über beliebige Wellenlängenbereiche integrieren kann. Nur von $\lambda = 0$ bis ∞ läßt es sich integrieren und ergibt dann das Stefan-Boltzmannsche Gesetz. Diese Schwierigkeit hat man durch passend angelegte Tabellen und Nomogramme zu beheben versucht. Im folgenden ist ein zu diesem Zweck konstruierter Rechenschieber beschrieben und abgebildet. Er beruht auf einer Ausnutzung des Wienschen Verschiebungsgesetzes in seiner allgemeinen Form.

Gewöhnlich schreibt man das Strahlungsgesetz in der Form

$$E = 2c_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda^{-5} d\lambda}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}.$$

$EF\Delta\Omega$ gibt an, welche Energie pro Sekunde von der Fläche F eines schwarzen Strahlers senkrecht zur Fläche in den räumlichen Winkel $\Delta\Omega$

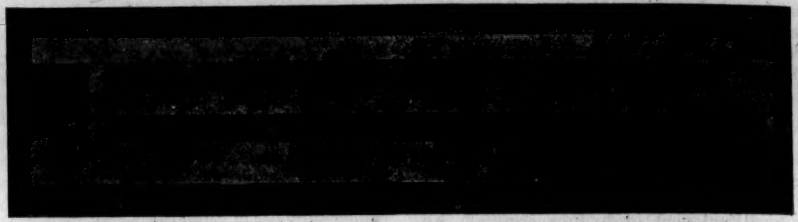

Fig. 1. Die beiden oberen Skalen geben den Zusammenhang zwischen absoluter Temperatur und Gesamtstrahlung. An den beiden unteren Skalen kann man ablesen, wie sich die Gesamtstrahlung auf das Spektrum bei einer bestimmten Temperatur verteilt und zwar besagen die Prozentzahlen der untersten Skala, welcher Bruchteil der Gesamtstrahlung zu einem Wellenlängen-Bereich von $\lambda = 0$ bis zu einem auf der dritten Skala abgelesenen Wellenlängen-Wert gehört.

gestrahlt wird. Die Integration über den gesamten Wellenlängenbereich ergibt

$$Q = 2 c_1 \frac{\pi^5}{15 c_2^4} T^4 = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \text{ 1)}.$$

Für den vorliegenden Zweck empfiehlt es sich, in dem Strahlungsgesetz eine neue Variable $z = \frac{c_2}{\lambda T}$ und die Konstante σ einzuführen. Man erhält dann

$$E = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \int_{z_1}^{z_2} \frac{15}{\pi^4} \frac{z^3 dz}{e^z - 1}.$$

Die Faktoren vor dem Integral geben jetzt die Intensität der Gesamtstrahlung, das Integral selbst die Verteilung der Gesamtstrahlung auf das Spektrum. Von 0 bis ∞ summiert gibt das Integral 1. Durch numerische Rechnung wurden die Werte der Verteilungsfunktion

$$W(z^*) = \int_{z^*}^{\infty} \frac{15}{\pi^4} \frac{z^3 dz}{e^z - 1}$$

bestimmt und tabelliert. In λ ausgedrückt gibt die Verteilungsfunktion an, welcher Bruchteil der Gesamtstrahlung im Intervall von $\lambda = 0$ bis $\lambda = \lambda^* \left[z^* = \frac{c_2}{\lambda^* T} \right]$ liegt, wenn man eine bestimmte Temperatur ins Auge faßt. Für das Folgende ist es wesentlich, daß die Werte der Verteilungsfunktionen nur von dem Produkt $\lambda \cdot T$ abhängen.

Die Form des Rechenschiebers ist in der Fig. 1 dargestellt. Man erkennt auf einem Läuferteil oben eine logarithmische Temperaturskala, unten eine gegenläufige logarithmische Wellenlängenskala. Durch diese Gegenläufigkeit wird erreicht, daß, wenn man unterhalb und oberhalb des Läufers je eine Marke anbringt, das Produkt der beiden gekennzeichneten Werte von λ und T einen festen Wert hat, unabhängig von der Läuferstellung. Oberhalb der Temperaturskala ist eine Marke zum Einstellen von T angebracht, unterhalb der Wellenlängenskala könnte eine Skala aufgezeichnet werden, die die Werte des Produktes $\lambda \cdot T$ angibt. Statt dessen sind gleich die Werte der Verteilungsfunktion angegeben, die zu dem betreffenden Produktwert von $\lambda \cdot T$ gehören. Die Werte der Verteilungsfunktion sind auf dem Rechenschieber in Prozenten angegeben.

In der untersten Skala ist die Stelle maximaler Intensität der Strahlung eingetragen, wenn man konstante Intervalle $\Delta\lambda$ in Betracht zieht.

Auf dem Läuferteil befindet sich unter der Temperaturskala noch eine logarithmische Skala, die die zu T gehörigen Werte von $\frac{\sigma}{\pi} T^4$, also die Intensität der Gesamtstrahlung abzulesen gestattet.

Ich danke Herrn stud. rer. nat. Kurt Schäfer für die Hilfe bei der Durchführung der numerischen Rechnung.

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität, 1944.

(Eingegangen 4. Juli 1944)

1) Der Faktor $1/\pi$ in dem letzten Ausdruck fällt weg, wenn man die Ausstrahlung in den halben Raum unter Berücksichtigung des Cosinusgesetzes berechnet.

Einige Bemerkungen über die Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung

Von M. Czerny

Zusammenfassung

Es wird besprochen, wo das Maximum der Intensität einer schwarzen Strahlung auftritt, wenn die Strahlung durch einen Prismenmonochromator zerlegt wird. Ferner wird darauf hingewiesen, daß man durch einfache Ausdrücke angeben kann, wie sich die Energie einer schwarzen Strahlung auf endliche Wellenlängenbereiche verteilt. Schließlich wird gezeigt, welche Intensitätsverteilung auftritt, wenn mit einem Empfänger von Zimmertemperatur ein Strahler gemessen wird, der nur wenige Grad über Zimmertemperatur liegt.

Als kurze Kennzeichnung der Intensitätsverteilung einer schwarzen Strahlung verwendet man am häufigsten die Angabe der Lage des Maximums der Intensität, weil sich dieser Wert bequem aus der bekannten Beziehung $\lambda T = 0{,}288$ cm Grad ergibt. Man findet z. B. für Zimmertemperatur ($T = 290°$ K) das Maximum bei $9{,}95\,\mu$.

Gerade dieses Maximum der Intensität ist aber ein etwas heikler Begriff, wie schon oft hervorgehoben worden ist. Einer einzelnen Wellenlänge kommt überhaupt keine endliche Intensität zu, sondern immer nur einem endlichen Spektralintervall, das man durch ein $\Delta\lambda$ oder $\Delta\nu$ oder noch anders kennzeichnen kann.

Zu der obigen Definition des Maximums der Strahlung kommt man, wenn man Spektralintervalle ins Auge faßt, die alle gleiches $\Delta\lambda$ haben. Betrachtet man aber, was ebenso naheliegend ist, Spektralintervalle, die gleiche Frequenzintervalle $\Delta\nu$ umfassen, so findet man, daß dann die Lage des Maximums durch die Beziehung $\lambda T = 0{,}507$ cm Grad gegeben ist. Für Zimmertemperatur ergibt sich daraus $\lambda_{max} = 17{,}5\,\mu$. Dieses Zahlenbeispiel zeigt, daß sich ein wesentlich anderer Wert ergibt.

Fragt man, ob nicht eine der beiden Betrachtungsarten unter anderem Gesichtspunkt der Vorzug zu geben sei, so kann man vielleicht die Betrachtung des konstanten $\Delta\lambda$ als bedeutsamer bezeichnen, insofern nämlich beim Arbeiten mit Prismen- oder Gitter-Monochromatoren bei konstant gehaltenen Spalten das Maximum der Intensität mehr oder weniger nahe der Stelle gefunden wird, die konstantem $\Delta\lambda$ entspricht. Das Maximum liegt genau an der berechneten Stelle, wenn die Dispersion des gesamten Monochromators in λ gemessen konstant ist. Es verschiebt sich, wenn die Dispersion einen Gang hat, und zwar rückt es nach kürzeren Wellen, wenn die Dispersion nach längeren Wellen hin zunimmt und umgekehrt.

Folgendes Zahlenbeispiel soll diesen Zusammenhang noch etwas näher erläutern: Es sei ein Monochromator mit einem 60°-Prisma gegeben, bei dem die Strahlung das Prisma immer unter minimaler Ablenkung durchsetzt. Eintritts- und Austrittsspalt des Monochromators sollen konstant gehalten werden. Dann gibt die folgende Tabelle an, wo das Maximum der Intensität auftritt. Zum Vergleich ist in der Tabelle eingetragen, wo das Maximum bei konstantem $\Delta\lambda$ liegt.

Tabelle I

Lage des Maximums der Intensität bei einem Monochromator mit 60°-Prisma im Vergleich zur Lage des Maximums bei konstantem $\Delta\lambda$

T	NaCl-Prisma	Quarzprisma	$\Delta\lambda = \text{const}$
600° K	$4{,}0\,\mu$	$3{,}7\,\mu$	$4{,}8\,\mu$
1000° K	$2{,}9\,\mu$	$2{,}3\,\mu$	$2{,}9\,\mu$
1700° K	$2{,}1\,\mu$	$1{,}4\,\mu$	$1{,}7\,\mu$
3000° K	$1{,}6\,\mu$	$1{,}1\,\mu$	$0{,}96\,\mu$
6000° K	$1{,}2\,\mu$	$0{,}75\,\mu$	$0{,}48\,\mu$

Den Zahlenwerten der Tabelle kommt keine große Genauigkeit zu, da die Maxima ziemlich flach sind und es infolgedessen sehr sorgfältiger Rechnungen bedurft hätte, um ihre Lage ganz genau festzulegen. Doch genügt die Tabelle, um den gewünschten Überblick zu geben.

Von der Notwendigkeit, immer eine Aussage über die Art der Dispersion machen zu müssen, kommt man frei, wenn man nicht nach dem Maximum der Intensität fragt, sondern nach der Verteilung der Gesamtstrahlung auf das Spektrum, also von vornherein endliche Spektralintervalle betrachtet. Es lassen sich z. B. folgende einfache Beziehungen ableiten:

$$T\lambda\,(10\,\text{Proz.}) = 0{,}218$$
$$T\lambda\,(50\,\text{Proz.}) = 0{,}408$$
$$T\lambda\,(90\,\text{Proz.}) = 0{,}933$$

dabei bedeutet $\lambda\,(n\,\text{Proz.})$, daß n Proz. der Gesamtenergie im Spektralbereich $\lambda = 0$ bis $\lambda\,(n\,\text{Proz.})$ liegen. Für Zimmertemperatur berechnet sich beispielsweise

$$\lambda\,(10\,\text{Proz.}) = 7{,}5\,\mu$$
$$\lambda\,(50\,\text{Proz.}) = 14{,}1\,\mu$$
$$\lambda\,(90\,\text{Proz.}) = 32{,}2\,\mu\,.$$

Die Ableitung dieser Beziehung ist in dem vorhergehenden Artikel über ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes gegeben.

Eine etwas andere Frage tritt auf, wenn es sich um Strahler handelt, die nur um ein geringes ΔT über der Zimmertemperatur T liegen. Die Intensitätsverteilung eines Strahlers der Temperatur $T+\Delta T$ ist dann nicht das, was den Experimentator direkt interessiert, sondern für ihn ist von Bedeutung die Differenz zwischen den Intensitäten zweier schwarzer Strahler der Temperaturen $T+\Delta T$ und T. Es ist daher folgende Differenzfunktion zu diskutieren

$$\Delta E = 2c_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-5} \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda(T+\Delta T)}\right) - 1\right]^{-1} d\lambda - 2c_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-5} \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1\right]^{-1} d\lambda$$

$$= 2c_1 c_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T^{-2} \lambda^{-6} \exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1\right]^{-2} \Delta T \, d\lambda .$$

Führt man hier die Konstante σ des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes ein, so kann man den letzten Ausdruck in die Form bringen

$$\Delta E = \frac{4\sigma}{\pi} T^3 \Delta T \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{15\, c_2^5}{4\pi^4} T^{-5} \lambda^{-6} \exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1\right]^{-2} d\lambda$$

Der Ausdruck vor dem Integral gibt den Gesamtbetrag der Strahlung, das Integral selbst die Verteilung auf das Spektrum. Von $\lambda = 0$ bis ∞ summiert, ergibt das Integral 1.

Formt man zum Vergleich das Plancksche Strahlungsgesetz unter den gleichen Gesichtspunkten um, so bekommt man den Ausdruck

$$E = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{15\, c_2^4}{\pi^4} T^{-4} \lambda^{-5} \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1\right]^{-1} d\lambda$$

In der Fig. 1 ist als Kurve I der Integrand in der Planckschen Funktion E dargestellt, als Kurve II der Integrand in der Differenzfunktion ΔE.

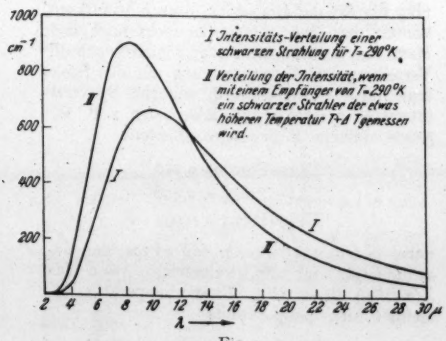

Fig. 1

T wurde in beiden Fällen zu 290° K angenommen. Die Kurve II zeigt, mit welcher Intensitätsverteilung der Experimentator zu rechnen hat, wenn die Temperatur des Strahlers nur wenige Grade über Zimmertemperatur liegt. Ich glaube, daß häufig statt dessen die Kurve I irrtümlicherweise in Betracht gezogen worden ist. Doch sieht man, daß der Unterschied zwischen den beiden Kurven nicht sehr erheblich ist. Sie sind direkt miteinander vergleichbar, weil sie beide Verteilungen einer Gesamtstrahlung angeben. Der Flächeninhalt zwischen Kurvenzug und Abszisse ist in beiden Fällen eins.

Bei der Differenzfunktion ΔE liegt das Maximum bei 8,3 μ, wenn $T = 290°$ K gesetzt wird. Durch Ausplanimetrieren der Kurve II findet man λ (10 Proz.) = 6,3 μ, λ (50 Proz.) = 11,1 μ, λ (90 Proz.) = 23 μ.

Aus der Herleitung der Differenzfunktion ΔE folgt, daß sie die Verhältnisse um so richtiger wiedergibt, je kleiner ΔT angenommen wird. Eine Kontrolle zeigte, daß man im Intervall 20–30 μ ΔT bis zu 100° ansetzen kann, ehe die Differenzfunktion Fehler von einigen Prozenten gegenüber der strengen Rechnung ergibt. Dagegen treten im Intervall 2–6 μ schon für $\Delta T = 10°$ Fehler von einigen Prozenten auf.

Die Kurve I wird nur unter extremen Verhältnissen für den Experimentator wesentlich. Wenn der Strahler nahe dem absoluten Nullpunkt ist, während der Empfänger auf Zimmertemperatur gehalten wird, so treten negative Ausschläge auf, deren Intensitätsverteilung durch die Kurve I gegeben wird.

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität, 1944.

(Eingegangen 4. Juli 1944)

Physik und Regelungstechnik

Von Maximilian Lang

I. Verhältnis der Regelungstechnik zur Naturwissenschaft

Die Regelungstechnik umfaßt die mathematischen Methoden und gerätetechnischen Verfahren der Selbststeuerung der Energiezufuhr technischer Systeme. Durch Ausrüstung einer Maschine mit einem selbsttätigen Regler erhält diese durch den sich bildenden Regelkreis, der einen Energierückschluß darstellt, einen in ihrer Wirkung geschlossenen Charakter. Die geregelte Maschine besitzt somit gewisse Gemeinsamkeiten mit einem organischen Gebilde; diese Feststellung darf sich naturgemäß nur auf prinzipielle und nicht auf immanente Sachverhalte beziehen.

Das von Driesch in die Biologie eingeführte Ganzheitsprinzip brachte die Aufdeckung der Tatsache des Bestehens ganzheitlicher Gebilde für den gesamten Naturaufbau, also nicht nur in der organischen Welt, sondern auch in der anorganischen, wo z. B. in der Quantenphysik echte Ganzheiten festgestellt wurden.

Zum Kennzeichen von Wesenheiten ganzheitlichen Charakters gehört u. a. die Reaktionsfähigkeit. Eine Wirkungskomponente dieser Reaktionsfähigkeit bildet das Regulationsvermögen, d. i. jene Fähigkeit, gewisse Zustandswerte des Organismus konstant zu halten. Beim Atom drückt sich die Reaktionsfähigkeit in der Tatsache aus, daß nicht jeder Anstoß genügt, um seine Struktur zu verändern. Beim Kristall äußert sich diese in der Regeneration verletzter Bereiche. Bei Gebilden höheren Organisationsgrades tritt uns beispielsweise die Konstanthaltung des Blutdruckes entgegen.

Gegenüber den natürlichen Organisationsformen besitzen die von Menschen geschaffenen technischen Organisationsformen die Eigenschaften ganzheitlichen Verhaltens nicht. Das tragende Element jener zweiten Welt und jener der Natur vom Menschen aufgezwungenen Ordnung der Technik ist die Maschine. Sie verwandelt und richtet die Energie, aber sie bedarf hierzu der Führung und Lenkung durch den Menschen. Damit hat eben das technische Gebilde seiner Struktur nach noch nicht jene Geschlossenheit erreicht, die das organische Gebilde im Besitze seiner Reaktionsfähigkeit bzw. seines Regulationsvermögens besitzt. Erst die Ausrüstung der Maschine mit einer selbsttätigen Regelung verleiht ihr jene reaktionsfähigen Eigenschaften, die sie auf einer anderen Ebene der Erscheinungen zu einem System ganzheitlicher Struktur gestaltet, das in seiner Weise eine dem organischen Gebilde adäquate Stellung erhält. Mit der Einführung des Regelungsprinzips in die technische Welt gelangt diese in den Besitz von Eigenschaften, die in ihrer Vollendung organischen Gesetzlichkeiten zustreben.

Aber die hier gezeichnete Gestalt- und Wesensanalogie zwischen Organismus und regeltechnisch gesteuerter Maschine kann durchaus noch weitergeführt werden. Nach der von Jordan begründeten Quantenbiologie ist das Kennzeichnende des Organischen u. a. eine Strukturierung des Substrates in der Weise, daß die Steuerung der einzelnen Lebensvorgänge durch einheitliche, von Zentren ausgehende Impulse mit Verstärkerwirkung geschieht. Ganzheit eines Organismus bedeutet in diesem Sinne eine von Zentren ausgehende Steuerung seiner Reaktionen. Die Analogieverknüpfung liegt hier nun darin, daß der Regelmechanismus einer Maschine nichts anderes als ein Verstärker für den Regelimpuls ist. So wie das Lebendige eine Hierarchie der Strukturen ist, so stellt die Maschine eine mit hoher Eigengesetzlichkeit ausgestattete Strukturierung des Anorganischen dar. Die Feinheit dieser Strukturierung geht so weit, daß Bewegungsstrecken des Regelausgangselementes von 0,0025 mm genügen, um z. B. einen 200 to-Dampfkessel zu steuern, daß also ein Energiestrom von 90000 Pferdestärken durch minimalste Steuerimpulse kontrolliert wird.

Die hier geschilderten Sachverhalte weisen der Regelungstechnik zweifellos einen besonderen Platz im Rahmen der technischen Gestaltung an. Daneben bildet diese für die Vielfältigkeit technischer Gebilde ein verknüpfendes Band, das darin seinen Ausdruck findet, daß die Gesetze der selbsttätigen Regelung universeller Natur sind. Auch darin greift die Regelungstechnik im Bereiche der Naturwissenschaften über, da die Theorie der Regelung im hohen Maße eine Verknüpfung physikalischer Denkweise und physikalischer Methoden mit rein technischen Gegebenheiten darstellt. Es ist nun entwicklungsgeschichtlich durchaus kennzeichnend, daß das Eindringen des Gedankens der selbsttätigen Regelung in die Technik im Sinne der oben dargelegten Ausführungen, also das Besitzergreifen ganzheitlicher Prinzipien von der technischen Gestaltung zu einem Zeitpunkt einsetzt, in welchem die Ganzheitsidee auch in allen anderen Bereichen der Naturwissenschaft und darüber hinaus in sämtlichen Bereichen des menschlichen Lebens zum Durchbruch gelangt ist und entsprechende Entfaltung gefunden hat. Es kann

hier weder von einer Zufälligkeit die Rede sein, noch ist anzunehmen, daß die von der Biologie kommenden Ideen etwa die Ausbildung der Regelungstechnik angeregt hätten, sondern die festgestellte Gleichzeitigkeit ist lediglich ein Beweis für die innere Homogenität des Entwicklungsgeschehens derart, daß sämtliche Bereiche des menschlichen Lebens gemeinsamen Entwicklungstendenzen unterworfen sind.

Die Regelungstechnik hat sowohl in der Theorie als auch in der technischen Gestaltung bereits heute einen Grad der Vollkommenheit erreicht, die sie zu einer vollwertigen Disziplin der Physik einerseits und zu einem selbständigen und entscheidenden Industriesektor der Gesamtwirtschaft macht.

II. Methoden der Regelungstheorie

In Fig. 1 ist schematisch ein selbsttätig geregeltes System dargestellt. Die Höhe des Energiestromes E wird durch ein Steuerventil SV beeinflußt, dessen Stellung durch das Regelausgangsgerät RA, das z. B. ein Temperaturmesser, ein Druckmesser, ein Voltmesser oder ähnlich sein kann, in Abhängigkeit von dem im System herrschenden Zustandswert in größenmäßig vorgegebener funktionaler Verknüpfung gesteuert wird. Bei Zunahme der Temperatur, also bei Voraussetzung eines Wärmesystems, wird das Regelventil, das z. B. einen Dampfstrom steuert, um einen gewissen Betrag geschlossen, um den Sollzustand wieder herzustellen. Der nun verringerte Energiestrom hat eine Erniedrigung des Temperaturwertes im Wärmesystem zur Folge, die Auswirkung ist jedoch keine unmittelbare, da mit der Änderung des Temperaturwertes im System eine Ladezustandsänderung der Speichermasse zwangsläufig verknüpft ist. Dieser Vorgang der Ladezustandsänderung mit Änderung des Zustandswertes bildet die wesentliche Kennzeichnung für den Regelprozeß, da hierdurch in Verbindung mit anderen Speicherelementen die Schwingungsfähigkeit des Systems bedingt ist. Auf Grund dieses Sachverhaltes ergibt sich folgende Kennzeichnung für das regeltechnische Problem:

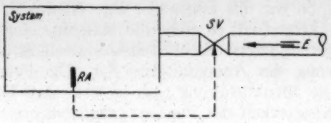

Fig. 1. Schematische Darstellung eines selbsttätig geregelten Systems. E = Energiestrom, SV = Steuerventil, RA = Regelausgangsgerät.

Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten des Regelprozesses sind universeller Natur, unabhängig von der besonderen Art des zu steuernden Systems. Der Auf- und Entladevorgang von Speicherelementen sowie die Steuerung des diese Speicher passierenden Energiestromes in Abhängigkeit von der Ladezustandsgröße sind die gemeinsamen Gegebenheiten des regeldynamischen Prozesses. Dieser Sachverhalt ermöglicht die methodische Behandlung jeder Regelaufgabe nach allgemein gültigen Grundsätzen, unabhängig von ihrer äußeren Verschiedenheit.

Mit dem Umstand, daß ein selbsttätig geregeltes System, wie oben ausgeführt, ein schwingungsfähiges Gebilde darstellt, erhebt sich als bedeutsame Aufgabe die Frage nach dem regeldynamischen Verhalten der Anlage, da der Fall des unstabilen Vorganges im allgemeinen als unbrauchbar vermieden werden muß. Fig. 2 bis 5 stellen Betriebsdiagramme von selbsttätig geregelten Anlagen dar, die unstabiles Verhalten aufweisen.

Der Sinn und Zweck einer Entwicklung der Theorie besteht nun darin, jene Bedingungen für die Kenngrößen des Reglers zu ermitteln, die ein stabiles Arbeiten der Regelung sicherstellen. Es handelt sich also darum, die Bewegungsgleichungen für den Regelvorgang zu ermitteln und hieraus die Bedingungen für die Stabilität abzuleiten. Mit den oben dargelegten Sachver-

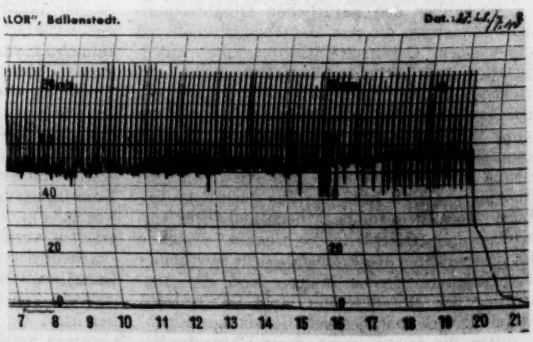

Fig. 2. Dampfmengendiagramm eines temperaturgeregelten Systems mit unstabilem Verhalten.

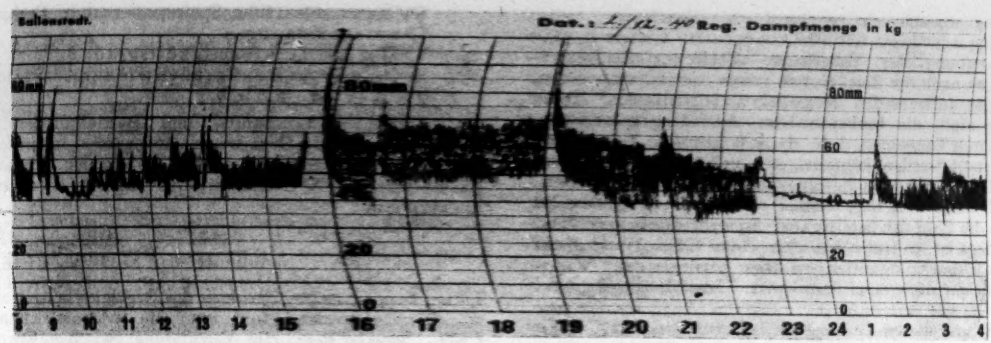

Fig. 3. Dampfmengendiagramm eines druckgeregelten Systems mit unstabilem Verhalten.

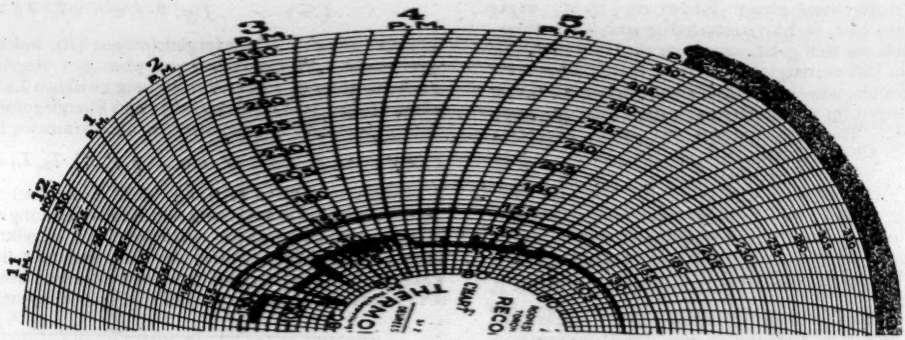

Fig. 4. Temperaturdiagramm eines temperaturgeregelten Systems mit unstabilem Verhalten.

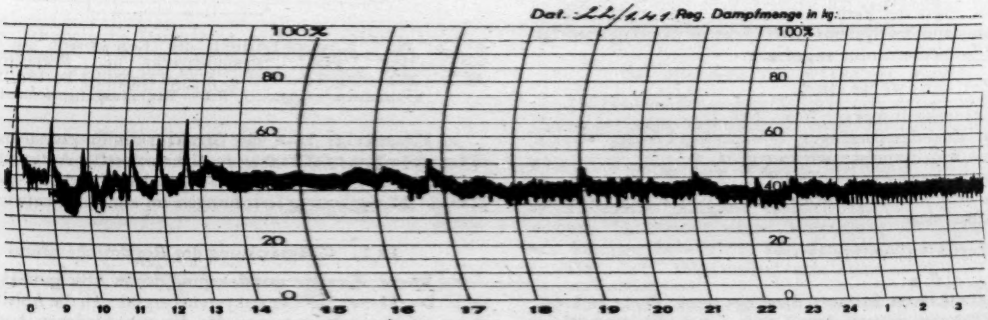

Fig. 5. Druckdiagramm eines druckgeregelten Dampfsystems mit unstabilem Verhalten.

halten, wonach ein geregeltes System ein schwingungsfähiges Gebilde darstellt, liefert die Beschreibung der Vorgänge Differentialgleichungen nach der Zeit. Setzt man noch voraus, daß die auftretenden Regelabweichungen nur gering sind, die funktionalen Abhängigkeiten also durch Tangenten, d. h. durch gerade Linien, dargestellt werden können, so erhält man gewöhnliche Differentialgleichungen ersten Grades, aber höherer Ordnung, wobei die Ordnungszahl durch die Zahl der beteiligten Speicherelemente festgelegt ist, es treten also in den Gleichungen totale Differentialquotienten der einzelnen Veränderlichen nach einer einzigen Unabhängigen, und zwar der Zeit, auf.

Um mit diesen Differentialgleichungen, die im allgemeinen eine einfache Behandlung der Vorgänge ermöglichen, arbeiten zu können, muß neben den obengenannten Voraussetzungen noch als wesentlich angenommen werden, daß die räumliche Ausbreitung einer Störung mit unveränderlicher bzw. verhältnismäßig großer Geschwindigkeit vor sich geht, anderenfalls würde man partielle Differentialgleichungen nach Raum und Zeit erhalten, was eine effektive Auswertung der Gleichungen im allgemeinen unmöglich gestalten würde. Trotzdem treten in der Regelungstechnik Aufgaben auf, bei denen eine unveränderliche bzw. sehr rasche Ausbreitung der Störungen nicht angenommen werden kann, so bei den Problemen der Temperaturregelung. Hier muß zu besonderen Hilfsmaßnahmen gegriffen werden, auf die weiter unten unter Abschnitt „Temperaturregelung" noch eingegangen wird.

Die Regeltheorie bedient sich zur analytischen Lösung ihrer Aufgaben als Rechnungsgröße ausschließlich zweier Gruppen von Begriffen, und zwar der Zeitkennwerte, die zur eindeutigen und ausreichenden Festlegung der System- und Reglereigenschaften herangezogen werden, sowie der Verhältniswerte, die den Betriebszustand des Systems und den Stellungsweg des Regelmechanismus angeben.

Die Zeitkennwerte sind:

1. Systemkennwerte: Ta, To ... als Entladezeitfestwert, Verzögerungswert einer Regelimpulsauswirkung u. ä.
2. Reglerkennwerte: Ts, Ti, Tk, T_r ... als Schlußzeit, Isodromzeit, Kataraktzeit, Fallzeit usw.

Die Verhältniswerte sind:

1. ω, φ, μ, ϑ, ε ... Die auf ihren Sollwert bezogenen Betriebsgrößen des Systems bzw. die Ladezustandsgrößen desselben als Druck, Temperatur, Wärmezufuhr, Speisewasserzufuhr, Drehzahl, Dampfmenge.
2. Ungleichförmigkeitsgrad: δ ...
3. Systemkenngrößen wie der Ausgleichsgrad u. ä.: a, b, c ...

Die Zustands- und Betriebsgrößen des Systems selbst werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet. Es ergeben sich somit für die Verhältniswerte folgende Kennzeichnungen:

$$\varphi = \frac{\Delta P}{P}; \quad \mu = \frac{\Delta M}{M}; \quad \vartheta = \frac{\Delta T}{T}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta E}{E}.$$

Die formale Struktur der Regelgleichungen zeigt 2 Gruppen, und zwar die Systemgleichungen (S), welche die Verbindung zwischen Energiezufuhr und Ladezustand der Speicherelemente mit den Systemkennzeitwerten als Parameter herstellen

$$(S) \ldots f(\varphi, \vartheta, \varepsilon, \omega \ldots T_a, T_v) = 0 \qquad (1)$$

und die Reglergleichungen (R), welche die inversen Beziehungen über den Regelmechanismus, also die Verbindung zwischen Ladezustand der Speicherelemente und Energiezufuhr mit den Reglerzeitkennwerten als Parameter herstellen.

$$(R) \ldots F(\varphi, \vartheta, \varepsilon, \omega \ldots \delta, T_s, T_i, T_k, T_r) = 0. \qquad (2)$$

Diese Einteilung der Regelgleichungen in Systemgleichung und Reglergleichung entspricht organisch der Aufteilung des Regelkreises, der den Rückschluß der Energiezufuhr im System bildet, in eine Systemstrecke und eine Reglerstrecke, so wie dies in Fig. 6 dargestellt ist.

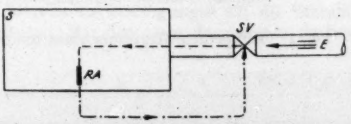

Fig. 6. Darstellung des Regelkreises mit Aufteilung in Systemstrecke und Reglerstrecke. E = Energiestrom, S = zu regelndes System, SV = Steuerventil, RA = Regelausgangselement.

Damit ist die Struktur des Formsystems für die Behandlung regeltheoretischer Aufgaben gewonnen, und es werden nachstehend die System- und Reglergleichungen im einzelnen entwickelt.

III. Gleichung des Regelmechanismus

Bei Zugrundelegung des in Abschnitt II entwickelten Formsystems ergibt sich die Ableitung der Gleichungen für die verschiedenen Ausführungen des Reglermechanismus wie folgt:

a) Unmittelbar wirkender Regler

Schematisch ist dieser in Fig. 7 dargestellt, und zwar ist, um die Ableitung anschaulich zu gestalten, nicht der allgemeine Fall behandelt, sondern der spezielle Fall eines Druckreglers. Damit werden noch folgende Bezeichnungen nach Fig. 7 eingeführt:

p_1 = Druckwert bei voll geöffnetem Regelorgan.
p_2 = Druckwert bei geschlossenem Regelorgan.
p_x = Druckwert in Arbeitsstellung.
Δp_x = Abweichung des Druckwertes in Arbeitsstellung.
Δp_x max. = Druckdifferenz bei vollständig geöffnetem und vollständig geschlossenem Regelorgan.
w_0 = Gesamter Steuerweg.
w_x = Stellung des Regelorgans bei Erreichen des Arbeitsdruckwertes.

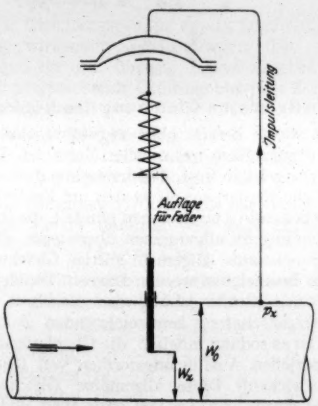

Fig. 7. Schematische Darstellung eines unmittelbar wirkenden Druckreglers. Die eingetragenen Bezeichnungen beziehen sich auf die im Text durchgeführte Ableitung.

Nach Fig. 7a ergibt sich damit für den Zusammenhang von Druckwert p_x und Reglerstellung w_x folgende Ableitung:

$$w_x = f(p_x) \tag{3}$$

$$\frac{p_x - p_1}{\Delta p_{max}} = \frac{w_0 - w_x}{w_0} \tag{4}$$

$$\frac{p_x - p_1}{p_x} = \frac{\Delta p_{max}}{p_x} \cdot \frac{w_0 - w_x}{w_0} \tag{5}$$

$$\underbrace{\frac{\Delta p_x}{p_x}}_{\varphi} = \underbrace{\frac{\Delta p_{max}}{p_x}}_{\delta} \cdot \underbrace{\frac{-\Delta w_x}{w_0}}_{(-\mu)} \tag{6}$$

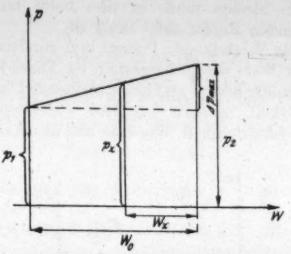

Fig. 7a. Darstellung der Zusammenhänge am Druckregler Fig. 7 für die Entwicklung der Gl. (3)–(7).

Führt man nun die Verhältniswerte ein, so ergibt sich folgende Grundgleichung für den unmittelbar wirkenden Regler:

$$\varphi = -\delta \cdot \mu \tag{7}^{1})$$

Diese Entwicklung hat zur Voraussetzung, daß zwischen Durchflußwert und Stellung des Steuerorgans ein linearer Zusammenhang besteht, also beispielsweise ein Ventil mit linearer Charakteristik gewählt wird. Die regeltechnische Ausführung ermöglicht nun die Herstellung eines solchen linearen Zusammenhanges im allgemeinen nicht, bzw. in vielen Fällen wird mit Absicht ein anderer als linearer Zusammenhang angestrebt, um bestimmte regeldynamische Effekte zu erreichen. In diesem Falle ist es notwendig, die Regelcharakteristik auf graphischem Wege zu verarbeiten, und die Gleichung (7) erhält einen Zusatzfaktor, der aus der Neigung der Tangente gewonnen wird. Es ist dann notwendig, die Rechnung für verschiedene Punkte der Charakteristik durchzuführen.

b) Mittelbar wirkender Regler

Dieses Regelprinzip ist schematisch in Fig. 8 dargestellt. Während beim unmittelbar wirkenden Regler laut Punkt a) einem bestimmten Druckwert stets eine bestimmte Stellung des Steuerorgans entspricht, arbeitet der mittelbar wirkende Regler derart, daß eine Abweichung vom Sollwert eine Verstellung des Regelorgans so lange bewirkt, bis der Sollwert wieder hergestellt ist. Während also beim unmittelbar wir-

1) Die Entwicklung der Gl. (7) und (11) wird nicht auf Grund der Bewegungsgleichungen durchgeführt, sondern es wird eine anschauliche und vereinfachte Ableitung gegeben.

kenden Regler zur Einleitung des Regelvorganges stets eine bleibende, wenn auch geringe Ungleichförmigkeit, deren Größe durch den Ungleichförmigkeitsgrad δ ausgedrückt ist, bestehen bleiben muß, ist dies beim mittelbar wirkenden Regler nicht der Fall.

Das Verstellorgan kommt erst zur Ruhe, bis der Sollwert wieder hergestellt ist. Diese Regleranordnung besitzt also keine bleibende Ungleichförmigkeit, sondern nur eine vorübergehende Ungleichförmigkeit. Wie man aus anschaulicher

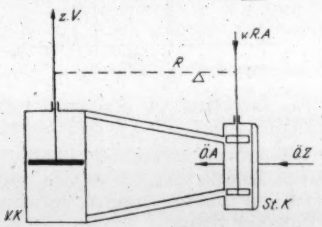

Fig. 8. Schematische Darstellung eines mittelbar wirkenden Reglers. $z.V$ = zum Steuerventil, $v.RA.$ = vom Regelausgangselement, VK = Verstellkolben, StK = Steuerkolben, $\ddot{O}Z$ = Druckölzufuhr, $\ddot{O}A$ = Druckölabfuhr

Betrachtung sofort ersehen kann, wird ein mittelbar wirkender Regler im allgemeinen nicht stabil arbeiten, da ja die Bewegung des Steuerorgans so lange vor sich geht, bis der Sollwert wieder erreicht ist. Zufolge der oben angeführten Tatsache, daß zwischen Regelorgan und Regelausgangselement Speicherelemente des Systems geschaltet sind, ist sofort einzusehen, daß ein unmittelbar wirkender Regler sehr leicht in Schwingungen geraten wird, die eine negative Dämpfung besitzen, daß er also unstabil arbeiten wird. Aus diesem Grunde führt man unmittelbar wirkende Regler meistens mit einer Rückführung aus, die eine bleibende Ungleichförmigkeit erzeugen. Hierdurch werden die Stabilitätseigenschaften eines derart geregelten Systems wesentlich verbessert. Die analytische Erfassung des Bewegungsvorganges des mittelbar wirkenden Reglers ergibt sich wie folgt:

Mit den unter a) angeführten Bezeichnungen werden noch folgende Bezeichnungen verwendet:

T_s = Schlußzeit, d. h. jene Zeit, die das Regelorgan zum Durchlaufen seines gesamten Steuerweges benötigt bei größter Abweichung des Druckwertes.

ΔQ = Änderung der Durchflußmenge zufolge Änderung des Verstellorgans.

Q_{max} = maximale Durchflußmenge.

Die Aufstellung der Gleichung ergibt sich aus folgender Überlegung: ΔP entspricht einer Verstellung von ΔQ in der Zeit von ΔT; ΔP_{max}, entspricht einer Verstellung von Q_{max} in der Zeit T_s. Durch diese Verhältnissetzung erhält man als Kunstgriff die Zusammenfassung aller statischen und dynamischen Kraft- und Bewegungseigenschaften des Regelmechanismus in der Größe T_s. Damit ergibt sich durch Quotientenbildung

$$\left.\begin{array}{ll} \Delta P & \text{verhältig } \dfrac{-\Delta Q}{\Delta T} \\ \Delta P_{max} & \text{verhältig } \dfrac{Q_{max}}{T_s} \end{array}\right\} \tag{8}$$

$$(9)\qquad \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}} = \frac{-\Delta Q/\Delta T}{Q_{max}/T_s} \longrightarrow$$

$$\underbrace{\frac{\Delta P}{P_x}}_{\varphi} \cdot \underbrace{\frac{P_x}{\Delta P_{max}}}_{1/\delta} = T_s \cdot \underbrace{\frac{-\Delta Q}{Q_{max}}}_{=T_s\cdot(-\mu')} \tag{10}$$

$$-\frac{\varphi}{\delta} = T_s \mu'. \tag{11}$$

[1])

c) Allgemeine Gleichung des Reglers

Es wurde bereits oben angeführt, daß das Regelungsproblem universeller Natur ist. Diese Tatsache geht so weit, daß bewegungsgesetzlich sämtliche Regler, soweit es sich um kontinuierlich arbeitende Anordnungen handelt, die in der Verwendung im allgemeinen überwiegen, durch eine gemeinsame, allgemein gültige Gleichungsgruppe beschrieben werden können. Durch entsprechende Größengebung der einzelnen, die Reglereigenschaften kennzeichnenden Zeitfestwerte ist es sodann möglich, die Gleichungen für die speziellen Ausführungsformen von Reglern zu entwickeln. Diese allgemeine Gleichungsgruppe wurde von Tolle[2]) entwickelt und besitzt folgende Form:

Gleichung des Regelausgangselementes, behaftet mit Masse und Reibung bzw. Verzögerung durch eingeschalteten Speicher

$$T_r^2 \eta'' + T'_{k\eta} + \delta\eta + \varphi = 0 \tag{12}$$

Steuergleichung
$$\sigma = \eta - \xi \tag{13}$$

Rückführungsgleichung
$$\xi + T_1 \cdot \xi' - \beta T_i \cdot \mu' = 0 \tag{14}$$

Gleichung des Verstellorgans
$$\mu' = \frac{\sigma}{T_s}. \tag{15}$$

2) M. Tolle, Regelung der Kraftmaschinen, 3. Auflage, Berlin 1921.

In diesen obigen Gleichungen werden folgende Bezeichnungen verwendet:

Reglerverhältniswerte:

η = Reglerabweichung.
μ = Abweichung des Verstellorgans (wie im allgemeinen von Tolle eingeführt), der verhältnismäßigen Abweichung der Mengen- bzw. Energieströmung gleichgesetzt.
σ = Steuerungsverstellung.
ξ = Rückführungsabweichung.
δ = Ungleichförmigkeitsgrad, d. i. die auf den Sollwert bezogene Abweichung der Zustandsgröße bei größter Belastungsänderung.
β = Rückführverhältnis, $\beta = 0$ bedeutet Regler ohne Rückführung, $\beta = 1$ bedeutet Regler mit starrer Rückführung.

Reglerzeitfestwerte:

T_s = Schlußzeit des Verstellungsorgans.
T_r = Halbe Fallzeit des Reglers.
T_k = Halbe Kataraktzeit des Reglers.
T_i = Isodromzeit.

Die Gleichungsgruppe 12—15 beschreibt den stetig wirkenden Isodromregler. Die Gleichungen für die übrigen Regler ergeben sich durch entsprechende Größengebung der Zeitfestwerte wie folgt:

Regler ohne Rückführung: $T_i = 0$.
Regler mit starrer Rückführung: $T_i = \infty$, $T_s = 0$.
Unmittelbar wirkender Regler: $T_i = \infty$, $T_s = 0$.

Die Gleichung (7) kann aus der Gleichungsgruppe 12—15 dadurch wie folgt entwickelt werden: $T_i = \infty\ T_s = 0$.

Außerdem wurde ein reibungs- und masseloses Regelausgangselement vorausgesetzt, also

$T_r = 0 \qquad T_k = 0$

aus Gleichung (12) → $\delta\eta + \varphi = 0 \ldots$ (a)
aus Gleichung (14) → $\xi = \mu \ldots$ (b)
aus Gleichung (15) → $\sigma = 0 \ldots$ (c)
aus Gleichung (13) → $\eta = \xi \ldots$ (d)
damit aus Gleichung (b) $\eta = \mu \ldots$ (e)

Gleichung (e) in Gleichung (a) eingesetzt:

$$\delta\mu + \varphi = 0 \ldots \text{(f)}$$

Gleichung (f) ist identisch mit Gleichung (7)

$$\varphi = -\delta\mu$$

In gleicher Weise kann die Gleichung (11) aus der Gleichungsgruppe 12—15 gewonnen werden, und zwar bei Zugrundelegung $T_i = 0$, sowie bei reibungs- und maßlosem Regler

$T_r = 0 \qquad T_k = 0$

aus Gleichung (12) → $\delta\eta + \varphi = 0 \ldots$ (g)
aus Gleichung (14) → $\xi = 0 \ldots$ (i)
aus Gleichung (13) → $\sigma = \eta \ldots$ (h)

Gleichung (h) und Gleichung (g) in Gleichung (15) eingesetzt, gibt:

$$\mu' = \frac{\eta}{T_s}\ ;\ \mu' = \frac{-\varphi/\delta}{T_s} \rightarrow T_s\mu' = -\frac{\varphi}{\delta}$$

ist identisch mit Gleichung (11).

IV. Gleichung des zu regelnden Systems

Das dynamische Verhalten des zu regelnden Systems, also im wesentlichen die zeitliche Abhängigkeit zwischen Energiezufuhr und der dadurch bedingten zeitlichen Veränderung der Regelausgangsgröße, findet seinen mathematischen Ausdruck in der Systemgleichung, deren Form im allgemeinen Falle lautet:

$$\mu = K\varphi + T_a\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (16)$$

Bezeichnungen:

φ = Verhältniswert der Zustandsänderung.
μ = Verhältniswert der Mengenänderung.
K = Regeldynamische Kennzahl.
T_a = Speicherzeitfestwert des Systems

Die Entwicklung der Gleichung (16), dargestellt am drehzahlgeregelten System, ist folgende

$$M = \overbrace{K_1 \cdot u}^{\text{Nutz}} + \Theta\frac{du}{dt} \qquad (17)$$

Antriebsdrehmoment = Nutz + Reibungs-Drehmoment + Beschleunigungsdrehmoment.

wobei u = Drehzahl,
Θ = Trägheitsmoment, $K_1 = \frac{M_m}{u_m}$, (18)

K_1 den Drehmomentenbeiwert und t die Zeit bedeutet.

Drehmomentengleichung für Regelabweichungen ΔM und Δu des Drehmomentes und der Winkelgeschwindigkeit

$$M + \Delta M = K_1(u + \Delta u) + \Theta\frac{d(u + \Delta u)}{dt}. \qquad (19)$$

Aus Gleichung (17) und (19) folgt

$$\Delta M = K_1\Delta u + \Theta\frac{d\Delta u}{dt}, \qquad (20)$$

bei Berücksichtigung von Gleichung (18) erhält man aus Gleichung (20)

$$\frac{\Delta M}{M_m} = \frac{\Delta u}{u_m} + \frac{\Theta}{K_1 u_m}\cdot\frac{d\Delta u}{dt}. \qquad (21)$$

Gleichung (21) mit M_m/M_{max} multipliziert gibt

$$\frac{\Delta M}{M_{max}} = \frac{\Delta u}{\Delta u_m} \cdot \frac{M_m}{M_{max}} + \frac{\Theta}{K_1 u_m} \cdot \frac{M_m}{M_{max}} \frac{d\Delta u}{dt}$$

oder auf Grund von Gleichung (18)

$$\frac{\Delta M}{M_{max}} = \frac{\Delta u}{u_m} \cdot \frac{M_m}{M_{max}} + \frac{\Theta \cdot u_m}{M_{max}} \cdot \frac{d\left(\frac{\Delta u}{u_m}\right)}{dt}$$

$$\mu = \varphi \cdot K + T_a \cdot \frac{d\varphi}{dt} \qquad (22)$$

mit

$K = \frac{M_m}{M_{max}}$ = Belastungsgrad, oder allgemein: regeldynamische Kennzahl.

Gleichung (22) stellt die gesuchte vollständige Systemgleichung eines drehzahlgeregelten Systems dar. Sie ist strukturidentisch mit der allgemeinen Systemgleichung (16).

Gleichung (16) drückt folgende Gegebenheiten aus: Eine Änderung des Zustandswertes des Systems (φ) hat in zweifacher Weise eine Änderung der Mengenströmung (bzw. Energieströmung) zur Folge, und zwar

1. dadurch, daß ein höherer Zustandswert im allgemeinen eine größere Energiezufuhr erfordert ($K \cdot \varphi$),
2. mit einer Änderung des Zustandswertes auch die im System aufgespeicherten Mengen eine Auf- oder Entladung erfahren ($T_a \cdot \varphi'$).

Der physikalische Inhalt der Gleichung (16) ist grundsätzlicher Art, und es kann im allgemeinen das regeldynamische Verhalten jedes Systems in dieser Form seinen Ausdruck finden. Aufgabe der regeltechnischen Untersuchung ist es nun, die beiden Werte K, T_a entweder rechnerisch aus den Abmessungen und Betriebsgegebenheiten des Systems zu errechnen oder auf Grundlage von Versuchen aus dem in Ausführung vorliegenden System zu ermitteln.

Die Gewinnung der beiden das System beschreibenden bzw. kennzeichnenden Werte K und T_a geschieht auf folgende Weise:

a) Regeldynamische Kennzahl K

Nach Fig. 9, die die stationäre Charakteristik des Systems, also den Zusammenhang von Zustandswert und Energiezufuhr nach erfolgtem Abklingen der Ausgleichsstörung darstellt, ergeben sich folgende Zusammenhänge:

a) Stationärwert der Änderung:

$$\Delta M = \left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) \cdot \Delta P \qquad (23)$$

$$\frac{\Delta M}{M} = \left[\frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M}\right] \cdot \frac{\Delta P}{P}$$

$$\mu_1 = \left[\frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M}\right] \cdot \varphi . \qquad (24)$$

b) Augenblickswert der Änderung:

$$\mu = \mu_1 + T_a \varphi' = \left[\frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M}\right] \varphi + T_a \varphi' \qquad (8)$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M} = (M)_P = K . \qquad (25)$$

Gleichung (25) stellt die Bildungsvorschrift für die regeldynamische Kennzahl $(M)_P$ dar. Die Bildung des Ausdruckes Gleichung (25) kann

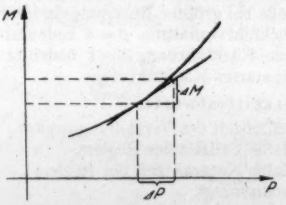

Fig. 9. Charakteristik eines Systems und Auswertung desselben zwecks Bildung der regeldynamischen Kennzahl.

entweder rechnerisch erfolgen, falls das System einer Berechnung zugänglich ist, oder sie kann aus einer vorliegenden am System aufgenommenen Charakteristik laut Fig. 9 graphisch ermittelt werden.

b) Speicherzeitfestwert T_a

Im Speicherzeitfestwert, der den Koeffizienten des Differentialquotienten der Zustandsgröße nach der Zeit darstellt, gelangt die Tatsache der Schwingungsfähigkeit des geregelten Systems zum Ausdruck, denn die Speicherfähigkeit stellt die primäre Ursache für die Möglichkeit der Ausbildung von Schwingungen dar. Der Speicherfestzeitwert ist, genau so wie die regeldynamische Kennzahl, bei Systemen, die einer Berechnung zugänglich sind, errechenbar, anderenfalls ist er auf Grund eines dynamischen Versuches am System durch Auswertung der hierbei gefundenen regeldynamischen Kennlinie graphisch gewonnen. Der Vorgang ist hierbei folgender:

Das System wird in die Nähe seines Sollbetriebszustandes gebracht, und es wird abgewartet, bis sich ein stationärer Zustand eingestellt hat. Hierauf wird die Energiezufuhr um einen gewissen Wert, z. B. um 10 Proz. ($\mu = 0{,}1$) erhöht. Der Zustandswert erfährt nun eine zeitliche Veränderung in der Form, wie sie etwa in Fig. 10 dargestellt ist. Der zeitliche Verlauf wird genau aufgenommen und sodann die Tangente

in der vorbezeichneten Weise gelegt. Es ergeben sich dann folgende Zusammenhänge:

$$\mu = (M)_P \cdot \varphi + T_a \varphi' \tag{26}$$

$$t = 0 \longrightarrow \varphi_0 = 0; \quad \mu = \mu_0$$

$$\varphi = \frac{\mu_0}{(M)_P} \cdot \left(1 - e^{-t\frac{(M)_P}{T_a}}\right) \tag{27}$$

$$\longrightarrow \varphi_\infty = \frac{\mu_0}{(M)_P}; \quad \varphi_0' = \frac{\mu_0}{T_a}. \tag{28}$$

Es ist also sofort möglich, folgende beiden Werte abzulesen:

$$\frac{\mu_0}{(M)_P} \quad \text{und} \quad \frac{T_a}{(M)_P}$$

(μ_0 bekannt, also folgt daraus $(M)_P$ und T_a). Der Versuch liefert also nicht nur den Speicherzeitfestwert, sondern auch die unter a) genannte regeldynamische Kennzahl. Der in Fig. 10 dargestellte zeitliche Verlauf des Zustandswertes wird als regeldynamische Kennlinie bezeichnet.

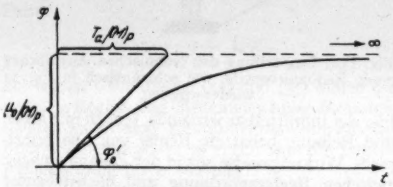

Fig. 10. Graphische Bestimmung des Speicherzeitfestwertes.

Die Größe T_a wird in der Regelungstechnik auch als Anlaufzeit bezeichnet, der damit gebildete Wert $\left(\frac{T_a}{(M)_P} = T_c\right)$ als Zeitkonstante. Die regeldynamische Kennzahl, die auch als Ausgleichsgrad bezeichnet wird, ergibt sich zu

$$K = (M)_P = \frac{T_a}{T_c}. \tag{29}$$

Jedes System besitzt seine arteigenen regeldynamischen Kennwerte $[(M)_P; T_a]$, die naturgemäß unabhängig von irgendwelchen besonderen Ausgestaltungen des hierfür bestimmten Reglers sind. Damit tritt in voller Allgemeinheit zu der Berechnung des stationären Zustandes und der konstruktiven Ausgestaltung von Maschinen und technischen Anlagen die Forderung nach Kenntnis der regeldynamischen Kennlinie des in Rede stehenden Systems. Die Verfahren der Regelungstechnik mit ihren verallgemeinernden und zu ganzheitlicher Betrachtungsweise drängenden Qualitäten bilden damit über die rein technische Aufgabenstellung hinaus eine verbindende Grundlage für die Vielheit der technischen Erscheinungen, die das Wirken umfassender Wesenheiten erkennen lassen.

V. Auswertung der Gleichungen

Die regeltechnische Analyse besteht nun darin, aus der Reglergleichung (R) und der Systemgleichung (S) die auftretenden Veränderlichen bis auf eine zu eliminieren. Man erhält dann eine totale lineare Differentialgleichung mit Differentialquotienten nach der Zeit. Es handelt sich also darum, die Gleichungsgruppen 12–15 (R) mit der Gleichung (16) (S) zu verknüpfen.

Im allgemeinen interessiert nun nicht die Kenntnis des Verlaufs der Reglerbewegungen bzw. der Zustandswerte, sondern wichtig für die Beurteilung des Reglerprozesses allein ist die Frage nach dem Stabilitätsverhalten des Vorganges. Es genügt deshalb, die gefundene Differentialgleichung lediglich daraufhin zu untersuchen, ob sie Lösungen stabilen Charakters gibt. Durch diese Fragestellung wird die analytische Behandlung des Problems ganz erheblich vereinfacht, da es dann gar nicht mehr notwendig ist, eine algebraische Gleichung entsprechend hohen Grades aufzulösen, sondern die Aufgabe besteht nun lediglich darin, mit Hilfe der Hurwitzschen Beziehung[3]) die Stabilitätsbedingung aufzustellen. Die Hurwitzsche Beziehung hat bekanntlich folgende Form:

Bei Zugrundelegung einer totalen, linearen Differentialgleichung von dem Aufbau,

$$a_0 \frac{d^n \varphi}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}\varphi}{dt^{n-1}} + \cdots a_{n-1} \frac{d\varphi}{dt} + a_n \cdot \varphi = 0, \tag{30}$$

die also eine charakteristische Gleichung der Art

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \cdots a_{n-1} \cdot r + a_n = 0 \tag{31}$$

liefert, erhält man nun die Hurwitzsche Bedingung zu:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Gleichung} & \\ \text{3. Grades:} & (a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0 \\ \text{Gleichung} & \\ \text{4. Grades:} & \left\{\begin{array}{l} (a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0 \\ [a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_4 a_1^2] > 0. \end{array}\right. \end{array}\right\} \tag{32}$$

Dadurch, daß der mathematische Gang bei der analytischen Behandlung von Regelaufgaben derart einfach und elementar ist, besteht die Möglichkeit, die in der Wirklichkeit auftretenden Probleme auch wirklich rechnerisch zu lösen und zahlenmäßige Ergebnisse zu gewinnen.

Wenn die betrachteten Systeme verwickelt werden, wird natürlich die Stabilitätsbedingung

3) Hurwitz, Mathematische Annalen 1875, S. 273.

auch einen Umfang annehmen, der verhältnismäßig große Rechenarbeiten erfordert und für die Deutung der Ergebnisse verhältnismäßig schwierig ist. Man wird in diesen Fällen nicht die allgemeine Ableitung bis zur Auswertung der Hurwitzschen Bedingung (32) führen, man wird also das Problem nicht allgemein lösen, sondern der Ableitung bereits von vornherein einen realen Fall mit zahlenmäßigen Angaben zugrunde legen, man wird somit nicht mit Buchstaben operieren, sondern von vornherein mit Zahlen. Hierdurch ergeben sich stets denkbar einfache und vor allem schnell durchführbare Rechenoperationen.

Das hier entwickelte Verfahren bedient sich der sog. Methode der kleinen Schwingungen. Auf das Regelproblem ist durchaus auch die Methode der selbsterregten Schwingungen anwendbar. Bei der Überlegung über die Auswahl der beiden Methoden ist folgendes zu beachten:

Die Methode der selbsterregten Schwingungen ist bei weitem nicht in dem gleichen Maße Gemeingut des Physikers und des Ingenieurs, wie es die an sich einfache und elementare Methode der kleinen Schwingungen ist. Abgesehen von diesem Umstand wird man im allgemeinen die Methode der kleinen Schwingungen dann anwenden, wenn ausschließlich nach der Stabilitätsbedingung gefragt ist und wenn bei Vorliegen schwieriger Systeme mit Zahlenangaben operiert werden kann. Wird daneben noch auf andere Fragestellungen im Hinblick auf den Regelungsvorgang eingegangen, dann kann die Anwendung der Methode der selbsterregten Schwingungen zweifellos für die Behandlung des Problems Vorteile bringen.

VI. Druckregelung

Der Untersuchung zugrunde gelegt werden soll das bekannte Reduzierventil, wie es schematisch in Fig. 11 dargestellt ist. Es liegt also

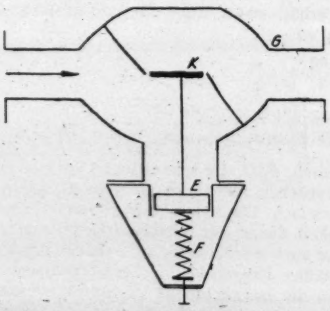

Fig. 11. Schematische Darstellung des Reduzierventils (Druckminderventil). G = Gehäuse, K = Ventilkegel, E = Druckkolben, F = Spannfeder.

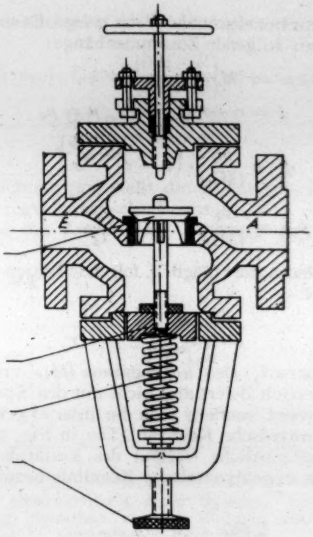

Fig. 11a. Darstellung der technischen Ausführung eines Reduzierventils, wie schematisch in Fig. 11 wiedergegeben.

hier der unmittelbar wirkende, jedoch mit Masse und Reibung behaftete Regler vor. Die prinzipielle Wirkungsweise sowie der Zusammenhang zwischen Regleranordnung und nachstehender Ableitung ist aus Fig. 12 zu ersehen. Es gelten demnach folgende Annahmen:

$$\left.\begin{aligned} T_i = \infty; \quad T_s = 0 \\ T_r \neq 0; \quad T_k \neq 0. \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Wendet man Gleichungsgruppe (33) auf die Gleichungen (12)–(15) an, so erhält man die Beziehung für das Reduzierventil wie folgt:

$$T_r^2 \mu'' + T_k \mu' + \delta\mu + \varphi = 0. \tag{34}$$

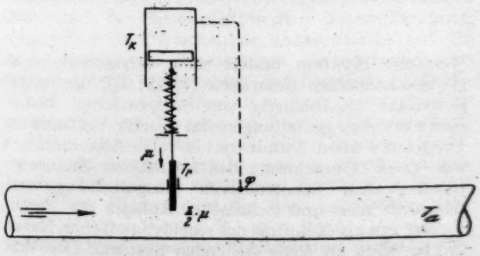

Fig. 12. Regelschema eines Reduzierventils. Die eingetragenen Bezeichnungen sind aus der mathematischen Ableitung im Text zu entnehmen.

Die Systemgleichung ist durch Gleichung (16) dargestellt, wobei sich für die regeldynamische Kennzahl k, angewandt auf eine Rohrleitung, nach dem Bildungsgesetz Gleichung (25) folgende Ableitung ergibt:

$M =$ Durchflußmenge

$P =$ Druckdifferenz

Strömungswiderstandsgesetz

$$\text{const } M^2 = P$$

$$\frac{\partial P}{\partial M} = 2 \,\text{const}\, M$$

$$(M)_P = \left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) \cdot \frac{P}{M} = \frac{1}{2 \,\text{const}\, M} \cdot \frac{\text{const}\, M^2}{M} = \frac{1}{2} = K,$$

damit liefert Gleichung (16)

$$\mu = \tfrac{1}{2}\varphi + T_a \varphi' ,$$

bedeutet z den Belastungsfaktor des Systems

also $z = 0 =$ Leerlauf

$z = 1 =$ Vollast,

so ergibt sich für die Systemgleichung folgende Form:

$$\mu = \frac{z}{2} \cdot \varphi + T_a \varphi' . \tag{35}$$

Die beiden Gleichungen (34) und (35) bilden die gesuchte Regler- und Systemgleichung der untersuchten Anordnung. Eliminiert man nun aus den beiden Gleichungen μ, so ergibt sich die Druckregelgleichung für φ wie folgt:

$$\varphi''' (T_a T_r^2)$$

$$\varphi'' \left(T_r^2 \frac{z}{2} + T_k T_a \right)$$

$$\varphi' \left(T_k \frac{z}{2} + \delta T_a \right)$$

$$\varphi \left(\delta \frac{z}{2} + 1 \right) = 0 . \tag{36}$$

Gleichung (36) stellt also die gefundene Differentialgleichung vom Aufbau (Gleichung (30)) dar. Die Auswertung nach der Hurwitzschen Beziehung, Bedingung (32), liefert die hier geltende Stabilitätsbedingung wie folgt:

$$\left[T_r^2 T_k \frac{z^2}{4} + T_k^2 T_a \frac{z}{2} + T_k T_a^2 \delta \right] > \frac{T_a T_r^2}{T_k} . \tag{37}$$

Die Diskussion der Bedingung (37) gibt folgende Richtlinien für die Ausgestaltung einer Druckreduzieranordnung.

1. Die Belastung des Systems (z möglichst groß, gegen 1) soll zwecks Erzielung von Stabilität möglichst groß sein. Es ist eine vielfach beobachtete Erscheinung, daß schwach belastete Reduzierventile zur Unstabilität, also zum Schlagen, neigen. Aus diesem Grunde sollen Reduzierventile nicht überdimensioniert werden, da hierdurch auch die Regelgenauigkeit und Regelsicherheit leidet.
2. Die Ungleichförmigkeit δ soll gleichzeitig groß gehalten werden. Dieses Ergebnis stellt ein allgemeines Prinzip der Regelungstechnik dar, wonach große Ungleichförmigkeit stets stabilisierend wirkt.
3. Das Speichervolumen der Rohrleitung soll gering sein (T_a klein); für Dampfleitungssystem großen Volumens, also damit verknüpft für große Durchmesser sind Reduzierventile nicht geeignet; hier müssen mittelbar wirkende Druckregler zur Anwendung gelangen.
4. Die Masse der bewegten Teile des Reduzierventils soll gering sein (T_r klein), damit die Trägheit seiner Bewegungen nicht mit dem Auf- und Entladevorgang des Speichervolumens in Schwingung geraten kann.
5. Der Regler muß eine bestimmte Reibung (T_k) besitzen, da andernfalls ein stabiler Vorgang überhaupt nicht möglich ist. Nur ist zu beachten, daß es sich bei der Reibung hier nicht um die ruhende Reibung handeln darf, die weitestgehend vermieden werden muß, sondern um die sog. Kataraktreibung, die durch einen Ölkatarakt oder durch eine Bremse anderer Art erzielt wird. In den meisten Fällen, also bei Reduzierventilen kleiner Abmessungen, die Rohrleitungen mit geringem Speichervolumen speisen, genügt im allgemeinen bereits die bewegte Reibung der Teile im strömenden Mittel, um die Stabilitätsbedingung (37) zu befriedigen.

Bei der vorstehenden Diskussion ist zu beachten, daß die genannten Feststellungen nur Geltung für die üblichen bzw. mittleren Werte besitzen, da die Bedingung (37) auf der linken Seite 3 Glieder additiv enthält; so daß eine Diskussion durch anschauliche Beurteilung, wie sie hier durchgeführt wurde, nicht über dem gesamten Geltungsbereich möglich ist.

VII. Temperaturregelung

Das Problem der Aufstellung der Theorie der Temperaturregelung liegt in dem Umstand der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wärme begründet. Es besteht deshalb nicht mehr die Möglichkeit, die in Abschnitt II gemachte Vereinfachung der unendlichen großen Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Störung aufrechtzuerhalten. Würde man nun versuchen, den Vorgang exakt zu behandeln, so würde dies zur Anwendung der Methoden der Feldphysik führen. Die sich ergebenden partiellen Differentialgleichungen würden jedoch eine praktische

Auswertung und Verwendung der Ergebnisse unbrauchbar machen, selbst bei der Annahme, daß man mit idealisierten Strömungsbildern arbeiten würde. Man geht zweckmäßigerweise so vor, daß man eine bestimmte konstante Verzögerung im Fortschreiten einer Störungswelle annimmt. Dieser Ansatz ist für die größere Zahl temperaturgeregelter Systeme zweifellos im Rahmen der hier erforderlichen Genauigkeit zulässig, aber nicht allgemein anwendbar. Jeder Behandlung einer Temperaturregelaufgabe muß deshalb vor Anwendung der gefundenen Gleichungen die Prüfung vorausgehen, ob die hier getroffene Annahme auch zulässig ist. Analytisch gelangt man dann zur Taylorschen Reihe, die man im Sinne der in Abschnitt V getroffenen Annahme über

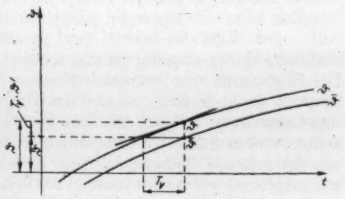

Fig. 13. Darstellung der Auswirkungsverzögerungen des Regelimpulses beim Temperaturregler. Bezeichnungen im Text.

die Behandlung kleiner Schwingungen nach dem 3. Glied zweckmäßig abbricht, so daß sich mit Fig. 13 folgende Beziehung ergibt:

$$\bar{\vartheta} = \vartheta - T_v \vartheta' + \frac{T_v^2}{2!}\vartheta'' . \qquad (38)$$

Die schematische Darstellung eines temperaturgeregelten Systems ist in Fig. 14 wiedergegeben.

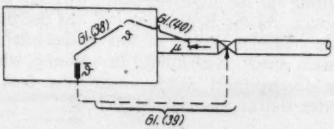

Fig. 14. Schematische Darstellung einer Temperaturregelanordnung mit Eintragung der einzelnen dazugehörigen Gleichungsnummern.

Setzt man nun die Anwendung des unmittelbar wirkenden Reglers voraus, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$-\frac{\bar{\vartheta}}{\delta} = \mu \qquad (39)$$

$$\mu = \vartheta + T_a \vartheta' . \qquad (40)$$

Gleichung (39) ist identisch mit Gleichung (7), Gleichung (40) identisch mit Gleichung (16). Der Wert K in Gleichung (16) ist bei Zugrundelegung linearer Abhängigkeit zwischen Energiezufuhr und Temperaturwert gleich 1, wie sofort bei Auswertung der Gleichung (25) hervorgeht.

Die Gleichungen (38), (39) und (40) beschreiben nun den Regelvorgang vollständig. Durch entsprechende Eliminierung gewinnt man für die Temperaturbewegung folgende Differentialgleichung:

$$\frac{T_v^2}{2}\vartheta'' + \left(T_a - \frac{T_v}{\delta}\right)\vartheta' + \left(\frac{1}{\delta} + 1\right)\vartheta = 0 . \qquad (41)$$

Der Koeffizient des ersten Differentialquotienten stellt die Dämpfung dar. Beim stabilen Arbeiten muß dieser Wert unbedingt positiv sein. Man erhält daraus sofort die Stabilitätsbedingung wie folgt:

$$\boxed{T_a > \frac{T_v}{\delta}} \qquad (42)$$

Bedingung (42) stellt die Grundbeziehung der Theorie der Temperaturtechnik dar. Man erkennt, daß zur Erzielung von Stabilität die Auswirkungsverzögerung T_v nicht zu groß sein darf, außerdem ist auch hier wie allgemein bei Reglern große Ungleichförmigkeit günstig.

Die oben entwickelte Bedingung (42) ist zwar für den unmittelbar wirkenden Regler abgeleitet, ist jedoch im allgemeinen auch für mittelbar wirkenden Regler anwendungsfähig. Dies hat im folgenden seine Ursache:

Die Bewegungen des mittelbar wirkenden Reglers verlaufen gegenüber den Temperaturbewegungen eines Systems im allgemeinen derart rasch, daß sie bereits abgeklungen sind, ehe der Temperaturwert eine Änderung erfährt.

VIII. Temperatur-Gradientenregelung[4])

Eine Steigerung der Regelgeschwindigkeit sowie der Stabilität des Regelprozesses kann bei der Temperaturregelung erzielt werden, indem man nicht nach dem Temperaturwert allein steuert, sondern den räumlichen oder zeitlichen Differentialquotienten mit als Regelausgangswert heranzieht. Es ergeben sich sodann Schaltungen, die aus Fig. 15 und 16 ersichtlich sind. An Stelle Gleichung (39) erhält man dann eine Gleichungsgruppe folgender Form:

$$\bar{\vartheta}^x = \bar{\vartheta} + T_g \bar{\vartheta}' \qquad (43)$$

$$-\frac{\bar{\vartheta}^x}{\delta} = \mu = \vartheta + T_a \vartheta' \qquad (44)$$

$$\left.\begin{aligned} &\vartheta''' \frac{T_g T_v^2}{2} + \vartheta'' \left(\frac{T_v^2}{2} - T_g T_v\right) \\ &+ \vartheta' (T_g + \delta T_a - T_v) + \vartheta (1 + \delta) = 0 . \end{aligned}\right\} \qquad (45)$$

4) M. Lang, Theorie des Regelvorganges elektrischer Industrieöfen, Elektro-Wärme 1934, Nr. 9, S. 201.

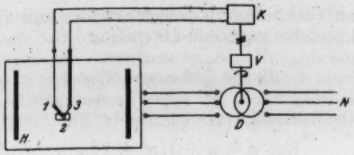

Fig. 15. Darstellung eines selbsttätig geregelten Systems nach der Methode der Temperaturgradientenregelung. N = elektrisches Netz, H = Heizwicklung, K = Kontaktregler, V = Verstellmotor, D = Drehtransformator. Die Ziffern 1, 2 und 3 stellen die Lötstellen der Thermoelementschaltung dar.

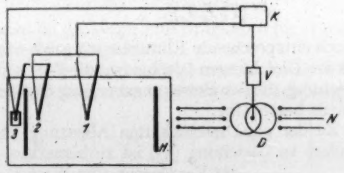

Fig. 16. Temperaturgradientenregelung in Wirkungsweise nach Fig. 15, jedoch bei anderer Ausbildung der Thermoelementfühler.

Aus Gleichung (45) erhält man sofort die Stabilitätsbedingung zu

$$\left.\begin{aligned}(T_g^2 T_v + T_g T_a T_v \delta - T_g T_v^2)\\ < \left\{\frac{\delta T_v^2 T_a}{2} - \frac{T_v^3}{2}\right\}.\end{aligned}\right\} \qquad (46)$$

Bei Wertgebung von $T_g = 0$ führt Bedingung (46) naturgemäß sofort zur Bedingung (42) zurück.

Wird die Ungleichförmigkeit, wie stets bei ausgeführten Anlagen, als klein angenommen ($\delta_{max} = 0{,}05$), so erhält man die vereinfachte Stabilitätsbedingung zu

$$2\,T_g\left(\frac{T_g}{T_v} - 1\right) < (\delta T_a - T_v). \qquad (47)$$

$$(T_g T_a T_a \delta = 0)$$

Bedingung (47) gibt nun die Möglichkeit, den optimalen Wert für die temperaturgradiente Zeitkonstante T_g festzulegen. Dies geschieht auf folgende Weise:

Der Wert der linken Seite der Bedingung (47) soll möglichst klein sein. Es ist deshalb der Minimalwert wie folgt zu ermitteln:

$$2\,T_g\left(\frac{T_g}{T_v} - 1\right) \rightarrow \text{Minimum} \quad \left(\frac{d}{d\,T_g}\right) \qquad (48)$$

$$\left(\frac{2\,T_g}{T_v} - 1\right) = 0 \qquad (49)$$

$$T_g = \frac{T_v}{2}. \qquad (50)$$

Gleichung (50) liefert die Bedingung für T_g für optimale Auslegung der Regelanlage, also für größtmögliche Stabilität. Setzt man das Ergebnis Gleichung (50) in die Stabilitätsbedingung (47) ein, so ergibt sich die Stabilitätsbedingung wie folgt:

$$-\frac{T_v}{2} < (\delta_a \cdot T_a - T_v). \qquad (51)$$

Die Gegenüberstellung von Bedingung (42) und (51)

$$\left.\begin{aligned}-\frac{T_v}{2} <\\ 0 <\end{aligned}\right\} (\delta T_a - T_v)$$

zeigt sofort die stabilitätserhöhende Wirkung des Gradienteneinflusses.

$$\left.\begin{aligned}&\text{mit Gradientenregelung} \quad \frac{T_v}{2\,\delta} < T_a\\ &\text{ohne} \qquad\quad ,, \qquad\quad \frac{T_v}{\delta} < T_a\end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

die stabilitätsgefährdende Verzögerungszeit T_v erscheint also durch die Gradientenregelung halbiert, also in ihrer Wirkung herabgesetzt.

IX. Regelsystem mit mehrfachen Schwingungen

Steigt die Zahl der am Regelvorgang beteiligten Speicherelemente, so erhöht sich entsprechend die Ordnung der den Prozeß beschreibenden Differentialgleichungen, so daß man zu Vorgängen gelangt, die mehrere überlagerte Schwingungen abgeben. In Fig. 17 ist eine derartige Anordnung, die an sich noch ein einfaches Gebilde darstellt, wiedergegeben. Es ist nun durch entsprechende Verwendung von Meßgeräten, die auf verschiedenem Impuls an-

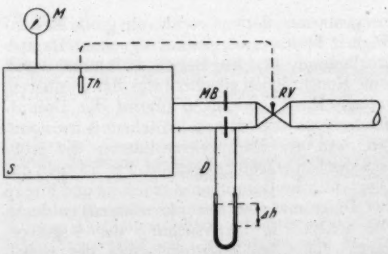

Fig. 17. Regelsystem mit mehrfachen Schwingungen. D = Differenzdruckmanometer (zufolge seiner Quecksilberfüllung mit großer mechanischer Trägheit behaftet), MB = Meßblende, M = Manometer mit Metallkapsel als Meßsystem (geringe bewegte Massen, daher geringe Trägheit), S = zu regelndes System, Th = Thermometerfühler, RV = Regelventil.

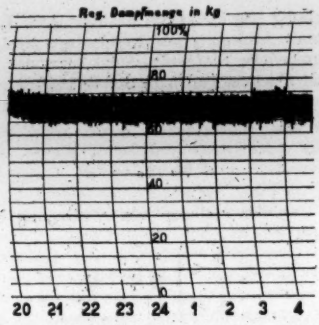

Fig. 18. Diagramm des Dampfmengenmessers D (Differenzdruckmanometer) der in Fig. 17 dargestellten Anordnung.

sprechen und deren Trägheit in extremen Grenzen verschieden ist, möglich, die Schwingungen einzeln auszusieben, also den Vorgang zu analysieren. Verwendet man nun einen Dampf-

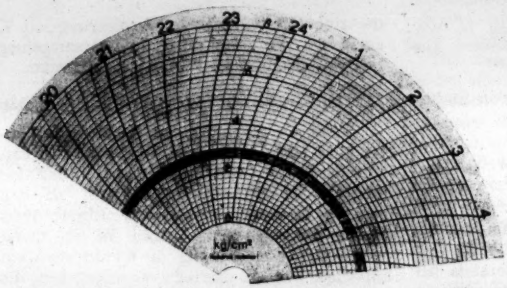

Fig. 19. Diagramm des Manometers M der in Fig. 17 dargestellten Anordnung.

mengenmesser, der von vornherein große Massenträgheit besitzt und gleichzeitig einen Dampfdruckmesser, der im Gegensatz hierzu durch seine Konstruktion gleicherweise von vornherein geringe Masse besitzt, so nimmt der Dampfdruckmesser die kleinperiodischen Schwingungen, und der Dampfmengenmesser die großperiodischen Schwingungen auf. Fig. 18 stellt das Diagramm des Dampfmengenmessers und Fig. 19 das Diagramm des Dampfdruckmessers dar[5]). Die analytische Untersuchung des Regelvorganges führt bei Zugrundelegung des Regelschemas (Fig. 20) zu folgenden Gleichungen:

Nach Gleichung (16) und Gleichung (40)

$$S: \mu = \vartheta + T_a \vartheta' \tag{53}$$

5) M. Lang, Das Dämpfungsproblem in der Regelungstechnik. Zeitschr. f. techn. Physik 1942, Nr. 11, S. 280.

nach Gleichung (7), jedoch erweitert mit $T_0 \eta'$ als Speicherung durch Luftpolster

$$R_I: -\frac{1}{\delta}\vartheta = \eta + T_0 \eta' \tag{54}$$

nach Gleichung (12)

$$R_{II}: \eta = \mu + T_k \mu' + T_r^2 \mu'' \tag{55}$$

$$\begin{aligned} O = {} & \mu\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) \\ & + \mu^{I}(T_k + T_0 + T_a) \\ & \mu^{II}(T_r^2 + T_k T_0 + T_a T_k + T_a T_0) \\ & \mu^{III}(T_r^2 T_0 + T_r^2 T_a + T_a T_k T_0) \\ & \mu^{IV}(T_r^2 T_0 T_a). \end{aligned} \tag{56}$$

Durch entsprechende Eliminierung gewinnt man aus den Gleichungen (53) bis (55) die Differentialgleichung, die den Bewegungsvorgang des Steuerventils beschreibt.

Zu der oben entwickelten Ableitung, insbesondere zu Gleichung (53) ist zu bemerken, daß die Verzögerung im Wert T_a enthalten ist, da die Temperaturänderung zufolge gesetzmäßiger Verknüpfung mit der Druckänderung verzögerungsfrei vor sich geht.

Weiterhin ist zur Gleichung (54) zu bemerken, daß diese eine erweiterte Form von Gleichung (7) darstellt, indem durch das zwischengeschaltete Luftpolster, das bei den Regelbewegungen auf- und entladen wird, das Glied T_0 zusätzlich hereingebracht wird.

Die Gleichung (56) wird nun mit Hilfe der Hurwitzschen Beziehung ausgewertet. Man wird im allgemeinen bei derartigen Regelaufgaben nun nicht so vorgehen, daß man die Hurwitzsche Beziehung in allgemeiner Form entwickelt, sondern so, daß man sofort auf den Ausführungsfall zurückgreift und die entsprechenden Zahlenwerte in die Gleichung (56) einsetzt und lediglich die ver-

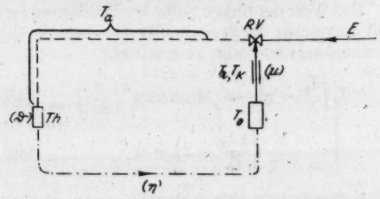

Fig. 20. Regelschema für Anordnung nach Fig. 17.

änderlichen bzw. fraglichen Werte als Buchstaben bestehen läßt. Hierdurch ergibt sich eine wesentliche Vereinfachung der Untersuchung, und in vielen Fällen besteht überhaupt nur bei Benutzung dieses Weges die Möglichkeit, ein Ergebnis mit annehmbarem Aufwand zu erhalten.

Für die in Fig. 17 dargestellte Anordnung werden folgende Verhältnisse zugrunde gelegt:

$$T_r^2 = 0{,}0002 \text{ sec}$$
$$f_k = 0{,}0001 \text{ ,,}$$
$$T_0 = 0{,}1 \text{ ,,}$$
$$T_a = 20 \text{ ,,}$$

Gesucht ist die Ungleichförmigkeit δ für stabiles Arbeiten des Reglers.

Die vorgenannten Zahlenwerte in die Gleichung (56) eingesetzt, ergeben die Beziehung

$$\left.\begin{aligned} 0 = \mu\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) + \mu^{I} \cdot 20 + \mu^{II} \cdot 2 \\ + \mu^{III} \cdot 0{,}0042 + \mu^{IV} \cdot 0{,}0004 . \end{aligned}\right\} \quad (57)$$

Die Hurwitzsche Beziehung liefert

$$\delta > 0{,}0022 \quad \text{d. i.} \quad 0{,}22 \text{ Proz.} \quad (58)$$

Man erkennt hieraus sofort, daß ein solcher Regler in allen Fällen ausführbar ist, da die Erfüllung der Forderung einer Ungleichförmigkeit größer als 0,22 Proz. stets durchführbar ist.

Es soll nun untersucht werden, wie sich die Veränderung des Raumspeichervolumens T_a auf die Ungleichförmigkeit auswirkt. Läßt man also die obigen Werte bestehen und ändert T_a ab, in dem man nun die Festlegung trifft

$$T_a = 2 \text{ sec},$$

so ergibt sich für die Gleichung (56) die Beziehung

$$\left.\begin{aligned} 0 = \mu\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) + \mu^{I} \cdot 2{,}1 + \mu^{II} \cdot 0{,}2 \\ + \mu^{III} \cdot 0{,}00044 + \mu^{IV} \cdot 0{,}00004. \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

Die Hurwitzsche Beziehung liefert die Bedingung für stabiles Arbeiten zu

$$\delta > 0{,}025 \quad \text{d. i.} \quad 2{,}5 \text{ Proz.} \quad (60)$$

Man erkennt hier den entscheidenden Einfluß des Raumspeichervolumens. Die hier gefundene Ungleichförmigkeit von 2,5 Proz. ist bei technischen Regelaufgaben im allgemeinen zulässig. Sollten die Anforderungen an die Ungleichförmigkeit der Regler höher sein, so müßte eine isodrome Rückführung vorgesehen werden.

Hamburg-Harburg, 17. Dezember 1943.

(Eingegangen 20. Januar 1944)

ZUSCHRIFT

Die aerodynamische Wärmekraftmaschine

Von H. Hermann

In unseren physikalischen Sammlungen findet sich mancherorts noch eine Heißluftkolbenkraftmaschine. Die Lebensbeschreibung Ericsons in Matschoß, „Große Ingenieure", kann Anlaß zu einem Blick darauf sein. Im ersten Jahrzehnt des Jahrhunderts gab es noch mehrere deutsche Maschinenfabriken, welche sie bauten. Sie dienten für den Betrieb von Nebelhörnern und Sirenen an Küsten, von kleinen Pumpen und Ventilatoren bei Siedlern, von Schüttel- und Rührwerken in Laboratorien vorwiegend über See. Größere Leistungen waren nicht marktfähig, weil sie zu schwer wurden. Eine Füllung mit Druckluft statt mit solcher vom atmosphärischen Anfangsdruck wurde bald als mögliche Abhilfe erkannt, z. B. von Köhler, DRP. 1929[1]). Aber sie entwich zu reichlich aus Feuertopf und Kolbenliderung. Heute wäre mit korrosionsfreiem hochlegiertem Stahl die Schwierigkeit zu überwinden. Der hohe Stand der Verbrennungskolbenmaschine lenkt davon ab. Ihr Zylinder kann wegen der Wärmeabfuhr nicht mehr vergrößert werden. Oberhalb der Grenze der Kolbenmaschine hat eine neue Entwicklung eingesetzt.

Sie kam auf einem Umweg zustande. Professor Ackeret, früher Göttingen, bekannt als Verfasser des Artikels Gasdynamik im Handb. d. Phys., jetzt Zürich, bemerkte bei seinen Studien über die beste Form der Dampfturbinenleit- und -laufschaufeln, daß Versuche darüber auf Grund der heutigen genauen Kenntnis der mechanischen und thermischen Ähnlichkeitsgesetze schneller bei gewöhnlicher Temperatur mit Luft durchgeführt werden können[2]). Die kleinen Abmessungen der Höchstdruckturbine werden vergrößert, diejenigen sehr großer verkleinert geprüft. Nach dem Urteil

1) Nach J. O. Knoke, Kraftmaschinen des Kleingewerbes, 2. Aufl., Berlin 1899, S. 99 und 155.

2) Ackeret, Keller und Salzmann, Die Verwendung von Luft als Untersuchungsmittel für Probleme des Dampfturbinenbaues. Schweiz. Bauzeitung Dez. 1934; Escher Wyss Mitt., Nr. 6, 1934; angef. n. 5).

Ackerets und seiner Mitarbeiter ist dabei zur Zeit die Grenze in der möglichen Verbesserung der Großdampfkraftwerke erreicht. Die Gasturbine scheint ihm nicht geeignet, an deren Stelle zu treten, obwohl sie jetzt für Sonderzwecke industriereif ist, so als Großlokomotive für wasserarme lange Strecken. Darum wandte er seine Aufmerksamkeit der Luft, die ihm durch seine Versuche vollkommener als je bekannt geworden war, nunmehr als Ersatz für Dampf und Gas zu. Das Ergebnis ist die aerodynamische Wärmekraftmaschine von Ackeret und Keller, DRP. 719005, als Versuchsmaschine im großen von Escher Wyss in Zürich gebaut.

Ihre Bestandteile sind:

Ein Lufterhitzer nach Art eines Wasserrohrdampfkessels, den die Luft mit der Temperatur 700° C verläßt.

Eine Hochdruck- und eine Niederdruckturbine nach Art von Dampfturbinen. Die Luft verläßt den Hochdruckteil mit 500° C, den Niederdruckteil mit 380° C.

Ein Gegenstromwärmeaustauscher (dem periodisch arbeitenden Regenerator, der zwischen den beiden Zylindern der Heißluftkolbenmaschine liegt, als stetig arbeitendes Organ entsprechend), ein System parallel geschalteter konzentrischer Rohrpaare. Die Luft tritt in die äußeren Rohre (Niederdruckraum des Austauschers) mit 380° C ein und verläßt sie mit 105° C.

Ein mit fließendem Wasser wirkender „Vorkühler", so genannt mit Bezug auf den folgenden Teil. Die Luft wird darin von 105° auf die untere Grenztemperatur gekühlt, die je nach Umständen zwischen 15° und 30° C liegt. Bei 30° ist ihr Druck noch 6,4 at; hiervon ist im nächsten Absatz ausgegangen.

Ein dreistufiger Axialkompressor (mechanische Umkehrung der Turbine, mit sechs Laufrädern und dazwischenliegenden Leitschaufelkränzen in jeder Stufe); zwischen den Stufen zwei mit fließendem Wasser wirkende Luftkühler. Die erste Stufe verdichtet auf 10,7 at, die zweite auf 18 at, die dritte auf 30 at.

Aus dem Kompressor tritt die Luft in die inneren Rohre (den Hochdruckraum) des schon genannten Gegenstromwärmeaustauschers und aus ihm, auf etwa 360° C erwärmt, in den Lufterhitzer, womit der Kreislauf vollendet ist.

Thermodynamisch enthält er gegenüber der Heißluftkolbenmaschine (s. z. B. E. Schmidt, Einf. i. d. techn. Thermodyn. 122, 1936) nichts Neues. Aber die Erfinder betonen, daß er technologisch nur möglich geworden ist durch den Übergang von der Kolbenarbeit zur Schaufelarbeit unter Ausnutzung der allerletzten Fortschritte der technischen Aerodynamik und aller Vorteile, welche sich aus der Natur der Heißluft als Treibmittel gegenüber Dampf und Feuergas ausfindig machen ließen. Sie zählen eine erstaunlich vielseitige Reihe solcher Vorteile auf. So die geringe Belastung mit Nebenapparaten; die Regelung geschieht durch Aufstellung zweier Luftspeicher, eines mit höherem und eines mit tieferem Druck, wobei die Entlastung auf 70 Proz. begrenzt ist (bei zu geringem Luftdurchsatz werden die Erhitzerrohre zu heiß), aber, was wirtschaftlich von größtem Wert ist, den Wirkungsgrad nicht herabsetzt. Ferner die gute Verwendbarkeit der Abwärme. Das Wasser der drei Kühler darf ohne Schaden für den Wirkungsgrad heißer ablaufen als aus einem Dampfkondensator und ist daher unmittelbar für Heizungsanlagen passend.

Der grundlegende Vorteil ist aber wohl der monotone Verlauf der linken Isobare im Belpaire-(t, s-)Schaubild, welchem der Wendepunkt, nämlich der kritische Punkt, einer bis zu so hoher Temperatur reichenden Wasserisobare fehlt[3]). Der Verlust, welchen die Dampfanlage durch diese Einbuchtung erleidet, überwiegt denjenigen der Heißluftanlage durch die dreieckigen Einbuchtungen des Kompressors. Schwächt man ihn durch Verzicht auf den kritischen Druck ab, so treten die Schwierigkeiten des Siedens auf.

Die Versuchsanlage scheint den kleinsten der bereits normalisiert durchgerechneten Typen zu verwirklichen. Ihre Hochdruckturbine treibt den Verdichter an; die Niederdruckturbine einen Stromerzeuger von — wenn besagte Annahme zutrifft — 12000 kW. Ihre Ergebnisse sind nicht mitgeteilt, da sie zum Zweck der allseitigen Prüfbarkeit noch nicht die wirtschaftlich notwendige gedrängte Bau-

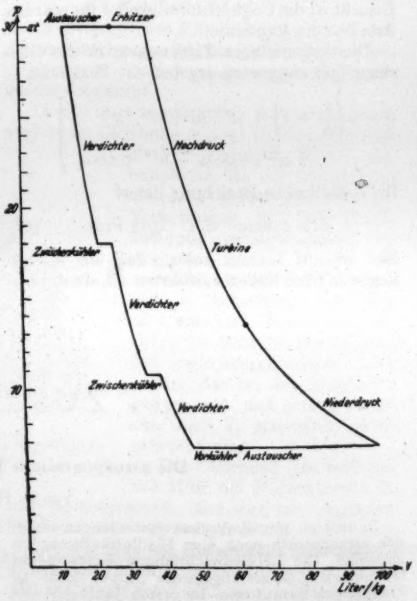

Schaubild der Vorgänge in der Ackeret-Kellerschen aerodynamischen Wärmekraftmaschine.

weise besitzt. Für diese werden bei Steigerung der Anfangstemperatur auf 750° 41,6 Proz. Gesamtwirkungsgrad erwartet, der durch Einfügung einer Zwischenerhitzung zwischen Hoch- und Niederdruckturbine auf 46,2 Proz. steigen soll[4]). Als Grenze der Herstellbarkeit wird ein Laufraddurchmesser von 1,9 m angesehen. Bei 30 at Druck im

3) Vgl. dazu Hermann, Zur Carnotisierung des Dampfarbeitsvorgangs. Physik. Zeitschr. **26**, 565, 1925.

4) Sie entspricht einem „Sägezahn" des dortigen Belpaire-Schaubildes.

Erhitzer würde eine Maschine dieser Größe 100000 kW auf ihrer Welle abgeben. Es wird jedoch noch die Verdopplung dieses Druckes für möglich gehalten, womit sich bei verdoppelter Heizung auch die Leistung noch verdoppeln würde.

Die Abhandlung der Erfinder[5]) stellt den Arbeitsvorgang durch ein Belpairesches Schaubild (Abszisse Entropie, Ordinate Temperatur) dar. Verfasser hat es in das beigegebene Clapeyronsche Schaubild (Abszisse das Volum je Gewichtseinheit der Luft, Ordinate Druck) umgerechnet.

5) J. Ackeret und C. Keller, Aerodynamische Wärmekraftmaschine mit geschlossenem Kreislauf. ZVDI. **85**, 491; mit erweitertem Bildmaterial in Escher Wyss Mitt., Nr. 5, 1942/43. C. Keller, Die aerodynamische Turbine im Vergleich zu Dampf- und Gasturbinen. Escher Wyss Mitt., Nr. 20, 1942/43. Die Wirkungsgradberechnung ist S. 18, das *ts*-Diagramm S. 24 zu finden. Verfasser ist Herrn Oberingenieur Gaul, Stuttgart, für leihweise Überlassung der Escher Wyss Mitt. zu Dank verpflichtet. – Aus England (Electric Co.) wird über ein Projekt mit Argonfüllung berichtet (A. b. d. Korr.).

Tübingen.

(Eingegangen 1. Januar 1944)

Normalfrequenz-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deutschlandsender werktäglich $10^h\,40^{min}$.

Der Wert f der ausgestrahlten Normalfrequenz hat betragen:

$f_1 = 1000 \cdot (1 + \delta \cdot 10^{-9})$ Hz von $10^h\,40^{min}$–$10^h\,49^{min}$.

1944	δ	1944	δ
Juli 1	– 26	Juli 16	–
2	–	17	– 15
3	– 19	18	– 10
4	– 24	19	– 11
5	– 32	20	– 15
6	– 29	21	– 19
7	– 20	22	– 12
8	– 20	23	–
9	–	24	– 13
10	– 26	25	–[1])
11	– 18	26	– 15
12	– 19	27	– 14
13	– 16	28	– 10
14	– 22	29	– 18
15	– 16	30	–
		31	– 08

[1]) nicht ausgesendet.

Berlin-Charlottenburg, den 8. August 1944.

Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Abteilung II.

Im Auftrage:
A. Scheibe, U. Adelsberger

Normalfrequenz-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deutschlandsender werktäglich $10^h\,40^{min}$.

Der Wert f der ausgestrahlten Normalfrequenz hat betragen:

$f_1 = 1000 \cdot (1 + \delta \cdot 10^{-9})$ Hz von $10^h\,40^{min}$–$10^h\,49^{min}$.

1944	δ	1944	δ
August 1	– 21	August 16	– 16
2	– 21	17	– 10
3	– 14	18	– 10
4	– 16	19	– 11
5	– 22	20	–
6	–	21	– 15
7	– 22	22	– 20
8	– 17	23	– 16
9	– 11	24	– 08
10	– 09	25	– 13
11	– 18	26	– 08
12	– 22	27	–
13	–	28	– 13
14	– 14	29	– 11
15	– 18	30	– 16
		31	– 15

Berlin-Charlottenburg, den 7. September 1944.

Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Abteilung II.

Im Auftrage:
A. Scheibe, U. Adelsberger

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1944

Fortsetzung und Schluß

Bergakademie Freiberg. **Aeckerlein**: Physik, 4; Physikalische Übungen, 3. — **Meisser**: Angewandte Geophysik I, 1, Übungen, 2 und 3; Geophysikalische Meßübungen, nach Vereinbarung *g*; Die geophysikalischen Landesvermessungen, 14tägig, 1 *g*; Einführung in die Geophysik, 1 *g*. — **Regler**: Röntgenkunde für Fortgeschrittene, 2, Übungen, 2; R.ine Metallphysik, 2; Theorie der Verformung, 2; Röntgen-Grobstruktur und Magnetprüfverfahren (mit v. Schwarz), 1, Übungen, 2; Optische und Röntgenspektroskopie, 2, Übungen, 2; Optik des Mikroskops, 1. —

Universität Rostock. **Kunze**: Experimentalphysik I, 3; Teilgebiete der Physik, 1; Physikalisches Praktikum, 4 und 2; Seminar (Kolloquium), 14tägig, *g*; Wissenschaftliche Arbeiten, tägl. *g*. — **Juilfs**: Einführung in die theoretische Physik: Elektrodynamik, 3; Einführung in den Molekülbau, 1. — **Falkenberg**: Strahlungshaushalt der Atmosphäre, 1; Meteorologisches Praktikum für Anfänger, 3, für Fortgeschrittene, tägl. *g*. —

Universität Straßburg. **Finkelnburg**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 4; Ergänzungen, 2, Seminar, 2 *g*; Atomphysik II, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 6, für Mediziner, 2, für Pharmazeuten, 4, für Fortgeschrittene, 12; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fleischmann, Hellerich, Hiedemann und v. Weizsäcker), 14tägig, 2 *g*. — **v. Weizsäcker**: Optik, 4, Übungen, 1; Fragen der Kosmogonie, 2; Seminar für theoretische Physik, 2 *g*. — **Hiedemann**: Angewandte Physik, 2, Übungen, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel der technischen Akustik, 1; Physikalisch-technisches Praktikum, 12; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*. —

Technische Hochschule Stuttgart. **Schmidt**: Grundlagen der Physik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 3, Ergänzungen, 1; Physikalisches Praktikum (mit Paul), 2, 3, 4 oder 6, für Fortgeschrittene, 3 oder 6; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Paul), tägl.; Seminar für experimentelle Physik (mit Paul), nach Vereinbarung *g*. — **Kochendörfer**: Physik für Bauingenieure II: Elektrizität und Optik, 2; Einführung in die Atomphysik, 2; Wissenschaftliche Arbeiten (mit Dehlinger); Physikalisches Kolloquium (mit Dehlinger, Glocker, Reiher, Schmidt, Graf und Gösele), 1. — **Dehlinger**: Theoretische Physik: Thermodynamik, 4, Theoretikum, 2; Wellenmechanik, 2. — **Glocker**: Röntgentechnik I, 1, Übungen, 2, II, 1, Übungen, 2, III: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im Röntgeninstitut, tägl. — **Gräf**: Einführung in die Kristallstrukturlehre, 1. — **Hiller**: Ausgewählte Kapitel der allgemeinen und angewandten Geophysik, 14tägig, 2. — **Reiher**: Technisch-physikalische Meßmethoden I (mit Gösele und Schüle), 2, Übungen, 3; Technisch-physikalisches Seminar (mit Gösele und Schüle), 14tägig, 2 *g*; Wissenschaftliche Arbeiten im Institut für technische Physik (mit Gösele und Schüle), tägl. — **Gösele**: Technisch-physikalisches Sondergebiet: Einführung in die technische Akustik, 2, Übungen, 3. —

Universität Tübingen. **Back**: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität, 3 und 4; Physikalische Übungen für Mediziner, 2, für Anfänger (Naturwissenschaftler), 4, für Fortgeschrittene I, 4 oder 8, II, halbtägig; Wissenschaftliche Untersuchungen, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Kortüm, Verleger, Wolf), 2 *g*. — **Wolf**: Theoretische Physik II: Optik, 14tägig, 6, Übungen, 14tägig, 2. — **Verleger**: Angewandte Physik: Elektronik, 2. —

Universität Wien. **Fues**: Mechanik II: Strömungslehre, 3, Übungen, 2; Quantentheorie, 3; Seminar über neuere Fragen der theoretischen Physik, 2. — **Stetter**: Wärme, 5, Übungen (mit Jentschke), 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schintlmeister und Lintner), 6, für Naturhistoriker und Chemiker (mit Wambacher), 6, für Vorgeschrittene (mit Schintlmeister und Lintner), tägl.; Einführung in wissenschaftliche Arbeiten, tägl.; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl.; Besprechung neuerer Arbeiten, 1. — **Kirsch**: Einführung in die Physik II, 4; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener (mit Herzog), tägl., Einführung, tägl. — **Haschek**: Experimentalphysik I, 4. — **Ortner**: Radioaktivität und Kernphysik, 3, Praktische Übungen (mit Karlik), 3; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener im Radiuminstitut, tägl. — **Sexl**: Einführung in die Vektorrechnung, 2, Übungen, 1. — **Bauer**: Die mathematischen Hilfsmittel der theoretischen Physik, 2, Übungen, 1; Atomphysik: Kernbau und Radioaktivität, 2; Ausgewählte Kapitel der Wehrphysik, 1. — **Seidl**: Physik I, 3; Physikalisches Praktikum, 2; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Sirk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 4, Übungen, 2. — **Karlik**: Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl.; Bestimmung und Zusammenhänge der atomaren Konstanten, 2. — **Schintlmeister**: Elektrometer, 1. — **Herzog**: Einführung in die theoretische Elektronenoptik, 1; Einführung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Fortgeschrittene: Hochvakuumtechnik, 10; Wissenschaftliche Arbeiten für Fortgeschrittene: Elektronenoptik, 12. — **Wambacher**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik der tiefen Temperaturen, 1. — **Börsch**: Elektronengeräte, 1; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, 12. — **Jentschke**: Über die Wechselwirkung von Neutronen mit Materie, 1. — **v. Ficker**: Synoptische Meteorologie: Wetterkunde, 2; Synoptische Übungen, 2; Meteorologisches Kolloquium, für Fortgeschrittene, 2. — **Schedler**: Einführung in die Geophysik, 2. — **Steinhauser**: Physik der oberen Atmosphäre, 2. — **Noth**: Flugmeteorologie II, 4 Wochen, *g*. —

Technische Hochschule Wien. **Mache**: Experimentalphysik: Elektrizität und Magnetismus, 3,

Optik, 2, Spezialvorlesung, 2; Physikalisches Praktikum I, 8 bzw. 4, II (mit Aigner), 30. — **Gabler:** Physikalisches Praktikum für Anfänger, 3, Einführung, 1.; Kristalloptik, 1. — **Heinrich:** Physik I: Mechanik, 2; Mechanik I, 3. — **Flamm:** Physikalisches Seminar, 1; Theorie der Elektrizität, 3. — **Bauer:** Partielle Differentialgleichungen der Physik, 3, Physikalische Rechenübungen, 1; Atomphysik: Kernbau und Radioaktivität, 2; Ausgewählte Kapitel der Wehrphysik, 1. — **Hauer:** Erdmessung einschließlich Geophysik, 3. — **Mader:** Praktische Geophysik, 1. —

Universität Würzburg. **Harms:** Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 3, Ergänzungen, 2; Physikalische Übungen (mit Gailer), 6 und 3, für Mediziner, 2, für Fortgeschrittene, halbtägig; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. g. — **Ott:** Mechanik, 4, Übungen, 1; Vektorrechnung und Einführung in die theoretische Physik, 3. — **Gailer:** Experimentalphysik für Fortgeschrittene, 2; Einführung in die Astrophysik, 1; Physikalisches Proseminar (mit Fraunberger), 14tägig, 1 g. —

Universität Zürich. **Meyer:** Experimentalphysik, Elektrizität und Optik, 5, Ergänzungen, 1, Seminar (mit Zuber), 2 g; Physikalisches Praktikum, für Anfänger, $3^1/_2$, für Vorgerückte, halbtägig; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Wentzel und Zuber), 2 g. — **Wentzel:** Quantentheorie, 4, Übungen, 1; Relativitätstheorie, 2; Theoretisch-physikalisches Seminar (mit Stueckelberg), 2 g. — **Ratnowsky:** Vektoranalysis, 2. — **Zuber:** Atomphysik der magnetischen und elektrischen Erscheinungen, 1; Repetitorium der Experimentalphysik, 1. — **Götz:** Meteorologische Optik, 1. — **Lugeon:** Übungen zur allgemeinen Meteorologie, mit Rücksicht auf das Flugwesen, 2; Praktische Meteorologie, 1. —

Technische Hochschule Zürich. **Scherrer:** Physik II: Elektrizität, Magnetismus, Atombau, 4, Übungen, 1 und 2; Physikalisches Proseminar, 2; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 4 und 8, für Fortgeschrittene, 8, 12 und 24; Selbständige Arbeiten in Physik, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2. — **Tank:** Experimentalphysik: Optik, Wärme, 3, Übungen, 1; Hochfrequenztechnik I, 2; Praktikum in Hochfrequenztechnik, 4, 8 und 12; Selbständige Arbeiten auf dem Gebiete der Hochfrequenztechnik, 8, 12 und 24; Diplomarbeiten in Hochfrequenztechnik. — **Ackeret:** Flugwesen: Grundzüge der Ärodynamik, 1, Mathematische Ergänzungen, 1; Flugtechnische Ärodynamik I, 2; Kolloquium, 1; Flugwesen, Laboratoriumsübungen (mit Amstutz), 3; Diplomarbeiten im Luftfahrzeugbau; Selbständige Arbeiten für Vorgerücktere. — **Amstutz:** Flugwesen: Grundzüge in Flugzeugstatik und -bau, 2; Kolloquium, 1; Flugzeugstatik I, 2; Diplomarbeiten im Luftfahrzeugbau; Selbständige Arbeiten für Vorgerücktere. — **Berger:** Meßtechnik des Kathodenstrahloszillographen, 1. — **Bernays:** Der Integralbegriff, insbesondere Theorie des Lebesgueschen Integrals, 3. — **Busch:** Ausgewählte Probleme der Metallelektronik, 2; Kurs für Glasblasen, für Physiker, 2. — **Fischer:** Vielpole, 2; Leitung selbständiger Arbeiten im Institut für technische Physik, tägl. — **Furrer:** Elektroakustik II (praktischer Teil), 2. — **Gassmann:** Mathematisch-physikalischer Vorkurs zur Geophysik, 2; Allgemeine Geophysik, 2; Geophysikalisches Praktikum; Selbständige Arbeiten für Geophysik, 8, 16 und tägl. — **Gsell:** Technische Organisation des Luftverkehrs: Wetterdienst, Funkendienst, Befeuerung, 1; Luftfahrtnavigation, 2. — **Kuhlmann:** Theoretische Elektrotechnik I, 5, Kolloquium (in Gruppen), 1, III, 3, IV, 2; Elektrotechnisches Praktikum II, 8, Meßtechnik, Maschinen, Hochspannung, 4 und 8; Diplomarbeiten; Selbständige Arbeiten im Laboratorium, 8, 2 und 16. — **Lugeon:** Übungen zur allgemeinen Meteorologie mit Rücksicht auf das Flugwesen, 2. — **Osswald:** Leitung selbständiger Arbeiten im Laboratorium für Akustik, tägl. — **Rüst:** Photographie II: Farbenphotographie, 1; Photographisches Praktikum, 2; Photographisches Vollpraktikum, tägl. — **Sänger:** Die magnetischen Eigenschaften der Stoffe, 2. — **Stahel:** Einführung in die Kernphysik, 1. — **Wäffler:** Atommechanik, 2. — **Waldmeier:** Thermodynamik der Sterne, 2. — **Wentzel:** Thermodynamik, 3; Quantentheorie, Übungen, 1; Relativitätstheorie, 2. —

BESPRECHUNGEN

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

J. Bartels, Geophysik. Studienführer im Auftrag des Reichsstudentenführers, Gauleiter und Reichsstatthalter Dr. Scheel herausgegeben von Dr. F. Kubach. Gruppe III, Naturwissenschaft und Mathematik. Gr.-8°. VII und 197 Seiten. Mit 55 Abbildungen. Heidelberg 1944. Carl Winter. RM. 4,80 geh.

Der vorliegende Studienführer für Geophysik bringt in bewährter Form nicht nur für den eigentlichen Fachstudenten, sondern vornehmlich auch für den fachlich an der Geophysik weitgehend interessierten Physiker einen neuzeitlichen guten Überblick über den Stoff, die Arbeitsverfahren und die derzeitigen Forschungsaufgaben und eine Einführung in das Schrifttum. Dazu sind die Möglichkeiten des Geophysikstudiums an den deutschen Hochschulen eingehend beschrieben. Die Darstellung ist flüssig und wissenschaftlich einwandfrei.

Dieser Band kann über seinen eigentlichen Zweck hinaus als wohlfeile Einführung in die Physik der Erde jedem Physiker empfohlen werden.

O. Meißer (Freiberg/Sa.)

K. L. Wolf, Theoretische Chemie. Eine Einführung vom Standpunkt einer gestalthaften Atomlehre. Leipzig. Joh. Ambrosius Barth.
Teil I. Das Atom. Gr.-8°. VIII und 213 Seiten. Mit 98 Abbildungen. 1941. Kart. RM. 10,80.
Teil II. Das Molekül. Gr.-8°. VIII und 259 Seiten. Mit 92 Abbildungen. 1942. Kart. RM. 13,50.
Teil III. Das gebundene Molekül. Gr.-8°. VIII und 228 Seiten. Mit 75 Abbildungen. 1943. Kartoniert RM. 12,—.

Mit dem Erscheinen des dritten Teiles liegt Wolfs „Theoretische Chemie" nunmehr vollständig vor. Die Darstellung des Stoffes weicht wesentlich von der in Nernsts bekanntem Lehrbuch „Theoretische Chemie" ab. Während dort die theoretische Chemie vom „Standpunkt der Avogadroschen Regel und der Thermodynamik" behandelt worden ist, hat der Verfasser den Versuch gemacht, eine theoretische Chemie vom „Standpunkt einer gestalthaften Atomlehre" zu schreiben. Er ist hierbei von der Meinung ausgegangen, daß die unter dem Einfluß des Ostwaldschen Energetismus und des Positivismus entwickelte Art der Betrachtung abgeschlossen sei und daß in Zukunft der Morphologie die Aufgabe zukomme, die Einheit in der Mannigfaltigkeit der Stoffe und ihrer Wandlungen aufzuzeigen. Demzufolge steht die Lehre vom Stoff im Vordergrund. Der Verfasser schließt im Rahmen seiner Darstellung die formale oder physikalische Thermodynamik aus. Er betont vor allem, daß die Erhaltung der Ordnung und Gestalt nicht weniger wichtig sei als die Erhaltung der größten Unordnung, die dem Satz von der Entropie zugrunde liegt, und weist darauf hin, daß überall da, wo allein von der Entropie die Rede ist, nur von der halben Wahrheit gehandelt wird (erster Teil, S. 27).

Der Verfasser hat den Stoff in folgender Weise gegliedert: I. Das Atom (erster Teil): 1. Die Grundlagen; 2. Das elementare Atom. II. Das Molekül (zweiter und dritter Teil): 1. Das freie Molekül; 2. Das reagierende Molekül; 3. Das gebundene Molekül. Anschließend: Beispielhafte Erweiterungen: a) Ionen in Flüssigkeiten; b) Moleküle in Grenzflächen.

Man darf wohl sagen, daß dem Verfasser der Versuch, eine theoretische Chemie vom Standpunkte des gestaltenden und ordnenden Prinzips zu schreiben, zum großen Teile gelungen ist. Die Darstellung des umfangreichen vorhandenen Stoffes gibt dem Fachgenossen, nicht nur dem Chemiker, sondern auch dem Physiker, sehr viel Anregungen. Das gilt besonders für die zahlreichen, jeweils in einem Anhang den Hauptabschnitten angegliederten, sorgfältig und kritisch zusammengestellten und ausführlichen Anmerkungen. Druck und Ausstattung, dabei allein 265 Abbildungen, sind gut und erhöhen den Wert des Buches. H. Carlsohn

W. Trendelenburg, Über den Licht- und Farbensinn. 8°. 32 Seiten. 11 Abbildungen. Preußische Akademie der Wissenschaften; Vorträge und Schriften. Heft 16. Walter de Gruyter & Co. Berlin 1943. RM. 1,—.

Gemeinverständliche Übersicht über die Grundtatsachen und Theorien des Licht- und Farbensinns nach Helmholtz, Hering und v. Kries. A. Kühl

L. Prandtl, Führer durch die Strömungslehre. Zugleich vierte Auflage des Abrisses der Strömungslehre des gleichen Verfassers. Gr.-8°. XII und 384 Seiten. Mit 314 Abbildungen. Braunschweig 1944. Friedr. Vieweg & Sohn. Geb. RM. 12.—.

Nach nur einem Jahr bereits ist es nötig und erfreulicherweise auch möglich geworden, eine weitere Auflage der Prandtlschen „Strömungslehre" herauszubringen. Wesentliche Änderungen gegenüber der vorhergehenden Auflage (vgl. die ausführliche Besprechung diese Zeitschrift, **45**, 174, 1944, sind nicht zu verzeichnen. Jedoch haben wichtigere neuere Arbeiten — so über die Bedeutung der laminaren Zone am Tragflügel und neuere Ergebnisse der Gasdynamik — Berücksichtigung gefunden, so daß das Buch auch jetzt wieder den derzeitigen Stand dieser wichtigen Disziplin in seiner mustergültigen und originellen Weise widerspiegelt. L. Schiller

Robert Mayer und das Energieprinzip 1842—1942. Gedenkschrift zur 100. Wiederkehr der Entdeckung des Energieprinzips. Herausgegeben im Auftrage des Reichsforschungsrates durch den Verein deutscher Ingenieure im NSBDT. Schriftwaltung Erich Pietsch VDCh und Hans Schimank VDI. Mit einem Geleitwort des Reichsministers für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung Rust. DIN B 5. VIII und 387 Seiten. Mit 17 Bildern, 9 Bildtafeln und einer Faksimile-Wiedergabe eines Briefes von Mayer. Berlin 1942. VDI-Verlag G.m.b.H. Geb. RM. 12,—, für VDI-Mitglieder RM. 10,80.

Unter den verschiedenen Veröffentlichungen, die aus Anlaß des 100jährigen Jubiläums des Robert Mayerschen Energieprinzips erfolgten, nimmt das vorliegende Werk nicht nur dem Umfang und der Ausstattung nach eine bevorzugte Stellung ein. Elf Wissenschaftler aus der Physik und ihren Nachbargebieten haben hier das Mayersche Prinzip nach Inhalt und Entstehung, nach Vorgeschichte und Auswirkung in 13 Aufsätzen dargestellt. Leben und Werk hat Gerlach behandelt, wobei auf die Schwierigkeiten besonders Bedacht genommen wird, denen Mayer für die Anerkennung seines Prinzips durch die Fachgenossen begegnete. Die Beziehungen der Arbeiten Mayers zum lebendigen Organismus werden von Diepgen nach der Seite der Medizin, von Rein nach der Physiologie, von Mittasch hinsichtlich des Leib-Seele-Problems dargestellt. Die Vorgeschichte findet ihre Würdigung durch Schimank hinsichtlich der Entwicklung des Kraftbegriffs. Die Auswertung des Prinzips in der Physik zeigt v. Weizsäcker bis in die neueste Zeit mit Quanten- und Relativitätstheorie, wobei auch die Beziehungen zur Kausalität kritisch beleuchtet werden. Die umfassende Bedeutung des Energieprinzips für die verschiedenen Zweige der Ingenieurwissenschaften wird an zahlreichen Beispielen bis zum Ultraschallsender in sehr anschaulicher Weise von W. Meißner nachgewiesen. Schmauß beschreibt die Rolle des Energiesatzes in Meteorologie und Geophysik, Kienle in Astronomie, E. Pietsch in der Chemie, und Mittasch

würdigt Mayers Begriff der Auslösung in seiner Bedeutung für die Chemie. Schließlich kommt durch M. Hartmann auch die philosophische Seite des Prinzips zum Wort.

Beschlossen wird die Gedenkschrift durch eine umfassende Bibliographie von Dorothea Pietsch, enthaltend sämtliche Schriften von Mayer und alle wesentlichen Veröffentlichungen über Mayer und das Energieprinzip in Büchern und Zeitschriften; ihr Umfang allein läßt schon die Breite der Wirkung des Energieprinzips erkennen. Bilder von Mayer und Wiedergaben eines Briefes, von Seiten aus Druckschriften usw. sind ein schöner Schmuck des auch sonst vorzüglich ausgestatteten Buches, in dem somit Form und Inhalt in erfreulicher Übereinstimmung steht.

L. Schiller

Martin Kersten, Grundlagen einer Theorie der ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft. 88 Seiten, 22 Abbildungen. Leipzig. S. Hirzel 1943. RM. 4,80.

Die Koerzitivkraft ist ein typischer Fall derjenigen Materialeigenschaften, welche durch die chemische Zusammensetzung des Probestückes in keiner Weise festgelegt werden. Sie entsteht überhaupt erst durch die Abweichungen vom ideal gleichmäßigen Aufbau. Einen wichtigen Hinweis darauf, worin diese Abweichungen bestehen, glaubte man lange Zeit hindurch aus den Erfahrungen mit der Anfangspermeabilität entnehmen zu können. Diese ist in den meisten Fällen durch die inneren Spannungen bestimmt. Durch plausible und durch andere Erfahrungen gerechtfertigte Annahmen über die inneren Spannungen ließ sich tatsächlich häufig die Anfangspermeabilität richtig theoretisch berechnen. Daher lag es nahe, die inneren Spannungen auch für die Koerzitivkraft verantwortlich zu machen. Wenn auch diese Vorstellung in einzelnen Extremfällen zu Erfolgen führte, so ließ sie doch gerade die Eigenschaften von praktisch besonders wichtigen Materialien, wie Eisen mit geringen Zusätzen von Kohlenstoff, völlig ungeklärt.

Die in dem vorliegenden Buch entwickelte neue Theorie bringt hier einen großen Fortschritt. Nach ihr besteht die entscheidende Abweichung vom Idealzustand in der Einlagerung von nicht magnetischen oder nur schwach magnetischen „Fremdkörpern" in das sonst homogene Material. Insofern, als die Magnetisierung in der Verschiebung einer „Blochwand", das ist die Grenze zwischen benachbarten Weißschen Bezirken, besteht, muß man die Koerzitivkraft als eine Hafttreibung eben dieser Wände auffassen. Verfasser zeigt nun, daß diese Wände tatsächlich an solchen Stellen haften müssen, an denen sie möglichst viele der eingelagerten Fremdkörper in sich enthalten. Die Koerzitivkraft ist hier geradezu diejenige Feldstärke, welche man (im Mittel) aufwenden muß, um die Wand von einem Fremdkörper abzulösen. Die Durchführung dieser Idee gibt einen quantitativen Zusammenhang zwischen Koerzitivkraft einerseits und Raumanteil sowie Größe der Fremdkörper andererseits. Da beide Größen aus der chemischen Zusammensetzung und dem mikroskopischen Schliffbild entnommen werden können, so ergeben sich eine Fülle von Möglichkeiten zu einer scharfen Prüfung.

Diese Prüfung wird vom Verfasser an Hand einer großen Reihe bekannter Versuchsergebnisse mit vorbildlicher Sorgfalt durchgeführt. Insbesondere bei Eisen mit verschiedenen heterogenen Gefügebestandteilen ergibt sich dabei erstmalig ein theoretisches Verständnis für ein bisher rein empirisch gewonnenes Tatsachenmaterial. Es ist sehr zu bedauern, daß die Ungunst der Zeit bisher eine systematische experimentelle Verfolgung der fruchtbaren neuen Gesichtspunkte verhindert hat.

Die Lektüre des Buches wird allen, welche sich von der theoretischen oder von der technischen Seite her für die magnetische Werkstoffkunde interessieren, Freude und Gewinn bringen.

R. Becker

F. Schilling, Die Bewegungstheorie im nichteuklidischen elliptischen Raum. Gr.-8°. III und 142 Seiten (in Maschinenschrift). Mit 32 Figuren. Danzig 1943. RM. 15.—. (Durch den Verfasser zu beziehen [Danzig-Oliva, Lessingstraße 31]).

Das Buch stellt eine Weiterführung des früher hier angezeigten Werkes des gleichen Verfassers: Projektive und nichteuklidische Geometrie I. und II. (Leipzig 1931) dar. Gleich diesem kommt auch das jetzt vorliegende für Physiker mit weitergehenden mathematischen Interessen besonders in Betracht. Es handelt sich, was schon der Titel zum Ausdruck bringt, um eine eingehende Untersuchung der Bewegungen im elliptischen Raume, wobei dieser innerhalb des euklidischen Raumes mit Hilfe einer als Maßfläche ausgezeichneten imaginären Fläche zweiter Ordnung realisiert wird. Die Darstellung ist, wie auch in den früheren Büchern des Verfassers, durch Einfachheit, Klarheit und anschauliche Deutung der analytischen Betrachtungen ausgezeichnet. Die Schrift stellt daher einen vorzüglichen Führer durch das behandelte Gebiet dar. Aus dem Inhalt: Vorbemerkungen, einfachste Bewegungen (§ 1–3); Schraubung, Schiebung, polare Drehung (§ 4–7); geometrische Betrachtung der allgemeinen Bewegungsgleichungen, Parameterdarstellung (§ 8–9). Die folgenden Paragraphen beschäftigen sich dann vor allem mit den bei einer Bewegung festbleibenden Geraden; im Zusammenhang damit werden die Cliffordschen Flächen besprochen und wird eine weitere Ableitung der allgemeinen Bewegungsgleichungen gegeben. Schließlich werden mehrere spezielle Fälle eingehend diskutiert.

Haupt

A. Eucken, Lehrbuch der chemischen Physik. II. Band. Makrozustände der Materie (in Gemeinschaft mit K. Schäfer). I. Teilband. Allgemeine Grundlagen. Gase. Gr.-8°. VIII und 524 S. Mit 65 Figuren. Leipzig 1943. Akademische Verlagsgesellschaft Becker und Erler K.G. Preis RM. 27,80, gebd. RM. 29,—.

Mit diesem ersten Teil des II. Bandes „Makrozustände der Materie" wird das Gesamtwerk in entscheidender Weise gefördert und bereichert. Hatte der I. Band die korpuskularen Bausteine der Materie behandelt, so folgen nun im ersten Teil des II. Bandes zunächst als „Allgemeine Grundlagen" der Lehre von den Makrozuständen die drei Kapitel: Thermodynamik, Statistische Theorie, Kinetische Theorie.

Die Fassung der Thermodynamik kann, da sie sich einerseits auf die im Grundriß enthaltene ausführliche elementare Einführung, andererseits bei

der Formulierung und Anwendung des II. Hauptsatzes auf die Entropie und die thermodynamischen bzw. chemischen Potentiale stützt, sehr knapp sein (S. 1–85); dabei findet sich Platz für eine Anzahl kritischer und klärender Bemerkungen, sowie neuartiger, sonst kaum behandelter Beispiele, wie überhaupt die Darstellung des ganzen Teilbandes in vieler Hinsicht stark von der üblichen Form abweicht oder überhaupt neuartig ist. Sehr willkommen wird vielen Benützern das II. Kapitel sein, in dem die Statistik von isolierten Korpuskeln und von Systemen aus stark gekoppelten Einzelteilchen systematisch aufgebaut und an zahlreichen Beispielen erläutert wird (S. 86–166). Das III. Kapitel (S. 167–211) knüpft eng an die Boltzmannschen kinetischen Ansätze an.

Von dem „Speziellen Teil" der Makrozustände umfaßt dieser Halbband noch das IV. Kapitel: Gase. Hier ist, wie an keiner anderen Stelle des neueren Schrifttums, die Lehre von den gesamten Eigenschaften der Gase und der Vorgänge in ihnen, nach dem neuesten Stand zusammengefaßt, in drei großen Abschnitten, an vielen Stellen durch Hinweise auf moderne Meßmethoden und -ergebnisse eingehend illustriert. Der erste Abschnitt (S. 212 bis 305) bringt die thermischen (Zustandsgleichung) und kalorischen Eigenschaften, mit einer umfassenden Auseinandersetzung der Beiträge zu der Molwärme und mit Anwendungen auf thermodynamische Berechnungen. Der zweite Abschnitt (S. 305 bis 396) behandelt die Transporterscheinungen in mäßig verdünnten Gasen (einschl. Thermodiffusion), die Ausgleichsvorgänge und die extrem verdünnten Gase. Der dritte Abschnitt (S. 396–524) enthält schließlich die Anwendung der gesamten gewonnenen Kenntnisse auf die chemische Reaktionsgeschwindigkeit in Gasen; es werden hier nur die homogenen Gasreaktionen behandelt, zunächst die isotherm verlaufenden, dann die nicht-isothermen. An ausgewählten Beispielen werden die wichtigsten Arten der einfachen Reaktionen sowie ihre Beteiligung an zusammengesetzten Reaktionen verschiedener Art vorgeführt.

Das Werk bringt auch in diesem Teil eine weitgehende und höchst zeitgemäße Vertiefung der physikalischen Begründung chemischer Eigenschaften und Vorgänge. Vom Verlag in ausgezeichneter Form ausgestattet, wird es das Standardwerk der heutigen Lehre des Gebietes beiderseits der Grenzen von Physik und Chemie sein, sobald der bald zu erwartende Abschlußband vorliegen wird.

L. Ebert

NACHRICHTEN

Dozenturen: An der Universität Würzburg Regierungsrat Dr. Hermann Flohn für Meteorologie und Klimatologie, an der Universität Leipzig Dr. Rudolf Stein für Psychophysik, an der Universität Göttingen Dr. Erich Mollwo für Physik, an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Heinrich Kösters für Elektroakustik, an der Universität Göttingen Dr. Wolfgang Paul für Physik, an der Technischen Hochschule Graz Oberstleutnant Dr. Josef Fell für allgemeine und angewandte Mathematik, der Dozent für organische und Biochemie an der Universität Göttingen Dr. Karl Dimroth in gleicher Eigenschaft an der Universität Marburg, an der Technischen Hochschule Aachen Oberingenieur Dr. Kurt Pukall für Silikatchemie.

Ernannt: Der außerplanmäßige Professor an der Universität Tübingen Dr. Walter Theilacker zum außerordentlichen Professor für Stereochemie daselbst, Professor Dr. Jakob Büchi zum ordentlichen Professor der pharmazeutischen Chemie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich, der Observator Professor Dr. Albrecht Kährstedt zum Hauptobservator und Professor am Kopernikus-Institut der Universität Berlin, der Dozent für organische Chemie an der Universität Berlin Dr. Rudolf Weidenhagen zum außerordentlichen Professor daselbst, der Dozent an der Universität Berlin Dr. Siegfried Flügge zum außerordentlichen Professor für theoretische Physik an der Universität Königsberg, der außerplanmäßige Professor an der Universität Berlin Regierungsrat Dr. Eduard Justi zum ordentl. Professor für angewandte Physik an der Universität Posen, der Dozent an der Universität Berlin Regierungsrat Dr. Rudolf Ritschl zum außerplanmäßigen Professor für Experimentalphysik daselbst, der Dozent für chemische Technologie an der Bergakademie Freiberg Dr. Alfred Jäppelt zum außerplanmäßigen Professor daselbst, der ordentliche Professor an der Universität Rostock Dr. Pascual Jordan zum ordentlichen Professor für theoretische Physik an der Universität Berlin.

Gestorben: Der ordentliche Professor für Röntgenologie an der Universität Berlin und Vorsitzende der Deutschen Röntgengesellschaft Dr. Karl Frik, der ordentliche Professor der pharmazeutischen Chemie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich Dr. Robert Eder, der emeritierte Leiter des Instituts für Erdmagnetismus in Potsdam Geheimer Regierungsrat Professor Dr. Adolf Schmidt in Gotha, der emeritierte ordentliche Professor für Experimentalphysik an der Universität Kiel Dr. Heinrich Freiherr Rausch v. Traubenberg, der emeritierte ordentliche Professor für Photochemie sowie wissenschaftliche und künstlerische Photographie an der Technischen Hochschule Wien und Leiter der Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt daselbst Hofrat Dr. Josef Eder, der Dozent für physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Roman Skrabal (Terrorangriff), der wissenschaftliche Mitarbeiter bei der Gmelin-Redaktion der Deutschen Chemischen Gesellschaft Dr. A. Neuhaus (im Felde), der außerplanmäßige Professor für analytische Chemie an der Universität Königsberg Dr. Richard Berg, der ordentliche Professor der Chemie, insbesondere Kälteerzeugung an der Technischen Hochschule Delft Dr. E. C. Wiersma, der außerplanmäßige Professor für theoretische Physik an der Universität Königsberg Dr. Ernst Reichenbächer (Terrorangriff)

Zur Veröffentlichung in den nächsten Heften der Physikalischen Zeitschrift wurden angenommen:

N. Riehl, Mechanismus der Energiewanderung bei der Kohlensäure-Assimilation. (14 Spalten, 3 Figuren.) Eingegangen am 20. September 1944.

Zusammenfassung

Die von Gaffron und Wohl entwickelten Anschauungen über die „Assimilationseinheit" werden wiedergegeben und den inzwischen gemachten chemischen Erfahrungen von Ruben und Kamen gegenübergestellt. Es wird darauf hingewiesen, daß der scheinbare Widerspruch zwischen der Assimilationseinheit und den genannten chemischen Erfahrungen nur dann besteht, wenn man die Assimilationseinheit als räumlich zusammenhängendes Gebilde (d. h. als „Polymerisat") auffaßt. Bedenkt man jedoch, daß die Ergebnisse von Emerson, Arnold, Gaffron und Wohl nur auf den energetischen Zusammenhang der zu einer Assimilationseinheit gehörigen Chlorophyllmoleküle schließen lassen, so läßt sich die Begründung für die Existenz der energetischen Assimilationseinheit ohne Widerspruch mit den Ergebnissen von Ruben und Kamen durchführen. — Wie der Verfasser kürzlich am Beispiel der Oxydationsfermente zeigen konnte, muß der Proteinsubstanz selbst die Fähigkeit zur Energieleitung zugeschrieben werden. Bedenkt man dies, so gelangt man auch in strukturell-morphologischer Hinsicht zu einem Verständnis der Assimilationseinheit und der Energiewanderung und gewinnt ein strukturelles Bild, das widerspruchsfrei den energetischen, chemischen und morphologischen Gegebenheiten gerecht wird.

H. Schüler, A. Woeldicke, L. Reinebeck, Über den natürlichen Zerfall einer Anzahl organischer Moleküle bei Anregung durch Elektronenstoß in der Glimmentladung. (10 Spalten, 3 Figuren.) Eingegangen am 25. Oktober 1944.

Zusammenfassung

Nachdem gezeigt worden ist, daß es experimentell möglich ist, bei Anregung durch Elektronenstoß in der Glimmentladung den natürlichen Zerfall des angeregten Moleküls von der gewaltsamen Zerstörung des Moleküls zu trennen, wird nachgewiesen, daß bei einer Reihe von Substanzen (CH_3J, CH_3OH, CH_3COCl, C_6H_5OH und n-C_3H_7OH) das CH^* beim natürlichen Zerfall erscheint. Hierbei nimmt das CH-Spektrum (Bande λ: 4314 ÅE) in der angegebenen Reihenfolge an Intensität ab. Dieser Zerfall setzt einen komplizierten Elementarprozeß voraus. Ein weiterer natürlicher Zerfall wird bei einer Anzahl von Mono- und Diderivaten des Benzols festgestellt. Es handelt sich um zwei verschiedene Zerfallspektren (grün und blau), die dem Phenylrest zugeschrieben werden müssen; die genauere Konfiguration läßt sich zur Zeit noch nicht angeben. Die Lage der Spektren macht die Annahme wahrscheinlich, daß hier beim Zerfall nicht eines der 6 π-Elektronen, sondern eines der Bindungselektronen an der Trennungsstelle angeregt wird. Bei Substanzen, die beide Spektren zeigen, läßt sich nachweisen, daß das Intensitätsverhältnis der beiden Zerfallsspektren zueinander in weiten Grenzen durch Änderung des Substanzdruckes im Entladungsrohr variiert werden kann. Nitrobenzol gibt ein Beispiel dafür, daß auch der Substituent unter Umständen angeregt wird. Bei einer Anzahl von Monoderivaten und Benzol selbst werden keine Zerfallsspektren beobachtet.

S. Flügge, Das mittlere Weglängenquadrat bei der Abbremsung von Neutronen. (5 Spalten.) Eingegangen am 1. November 1944.

Zusammenfassung

Um die Grenze der praktischen Brauchbarkeit von Näherungsmethoden zur Berechnung der räumlichen Verteilung verlangsamter überthermischer Neutronen zu überprüfen, wird das mittlere Abstandsquadrat $\overline{r^2}$ für Neutronen einheitlicher Energie benutzt. Es zeigt sich, daß der durch die Vernachlässigung der Anisotropie beim Neutron-Proton-Prozeß hereingetragene Fehler durch die Abtrennung des ersten Stoßes in wasserstoffhaltigen Bremsmitteln weitgehend kompensiert wird. Der Unterschied zwischen thermischen und überthermischen Neutronen kann unmittelbar zur Bestimmung der Diffusionslänge herangezogen werden. Zum Schluß wird eine einfache Formel für $\overline{r^2}$ bei einer nicht punktförmigen Neutronenquelle angegeben.

D. Lyons, Über eine Erweiterung der Theorie der Diffusion thermischer Neutronen in Paraffin. (12 Spalten, 1 Figur.) Eingegangen am 3. November 1944.

Zusammenfassung

Die von Fermi angegebene Theorie der Bewegung thermischer Neutronen (C-Neutronen) in wasserstoffhaltiger Substanz wird in dem Sinne erweitert, daß die Anisotropie der Einzelstreuung der Neutronen an den gebundenen Wasserstoffkernen mit berücksichtigt wird. Es ergeben sich ganz entsprechende Zusammenhänge zwischen Diffusionslänge, Albedo und freier Weglänge wie bei Fermi, nur daß ein neuer Parameter auftritt, nämlich $\cos\theta$. Das ist der Mittelwert des Kosinus des Winkels θ, um den ein Neutron im elementaren Streuprozeß abgelenkt wird. Der Verlauf der Dichteverteilung am Rande eines Paraffinblocks wird kurz diskutiert.

H. Scheffers, Bestimmung des Atomabstands im Sauerstoffmolekül nach der Elektronenbeugungsmethode. (6 Spalten.) Eingegangen am 15. November 1944.

Zusammenfassung

Der Strukturbestimmung von Molekülen aus Atomen niedriger Ordnungszahl durch die Elektronenbeugungsmethode steht die Schwierigkeit entgegen, daß nur sehr geringe Intensitäten im Beugungsbild zu erwarten sind. Weil aber derartige zweiatomige Moleküle einen verhältnismäßig kleinen Atomabstand haben, so müssen bei ihnen Beugungsringe großen Durchmessers oder große Streuwinkel der Elektronen auftreten, d. h. die Streuung wird fast nur durch die Kerne bewirkt und der Einfluß der inneratomaren Ladungsverteilung tritt sehr zurück. Kleine Änderungen des Atomabstandes machen sich also im Ringdurchmesser stark bemerkbar, und es spielt außerdem die inkohärente Streuung keine Rolle mehr. Deshalb gelang nach Überwindung sonstiger Schwierigkeiten eine verhältnismäßig brauchbare Bestimmung des Atomabstands r im Sauerstoffmolekül, obwohl nur ein schwacher Beugungsring auftrat. Es ergab sich $r = 1{,}22$ Å mit einer maximalen Unsicherheit von 3 Proz., während die Bandenspektroskopie $r = 1{,}207_6$ Å liefert.

O. Schönrock und E. Putze, Messung großer Brennweiten durch Autokollimation. (30 Spalten, 6 Figuren.) Eingegangen am 21. November 1944.

Zusammenfassung

Es wird ein neues, höchst einfaches Verfahren angegeben, sehr große Brennweiten einfacher Linsen durch Autokollimation zu messen, und zwar mit einer Sicherheit, die man bisher wohl kaum für möglich gehalten hat. Deshalb ist auch bei der Darstellung der einzelnen Fälle stets der erzielbaren Genauigkeit ein besonderes Augenmerk gewidmet worden. Es handelt sich hier hauptsächlich um Linsen von 10 bis 100 m Brennweite und einem nur sehr kleinen Öffnungsverhältnis, nämlich bei 20 bis 70 mm Linsendurchmesser. Dabei bietet die Justierung des Geräts keinerlei Schwierigkeit, und die Beobachtungen nebst den Berechnungen lassen sich ohne jede Willkür ausführen.

Die Brenn- und Schnittweiten werden aus der Linsendicke, der Brechungszahl und den Krümmungshalbmessern der Kugelflächen in bekannter Weise berechnet; die hierzu dienenden Gleichungen sind im Abschnitt 2 zusammengestellt. Beachtenswerte Hinweise auf die Messung der Brechungszahl sowie der Krümmung nahezu planer Linsenflächen finden sich in den Abschnitten 3 bzw. 4; im letzteren ist die Gleichung (16) von besonderer Wichtigkeit.

Die Ausführung des Kollimationsverfahrens wird im Abschnitt 5 A beschrieben. Die Prüfung einer plankonvexen Linse findet sich allgemein im Abschnitt 6, in speziellen Fällen im Abschnitt 7 D behandelt, diejenige einer bikonvexen Linse im Abschnitt 9. Oft ist es vorteilhaft, die Messungen an zwei zusammengekitteten Linsen vorzunehmen, wie das im Abschnitt 5 B, 7 A und B geschildert wird; auch hierfür wird die Anwendung des Verfahrens im Abschnitt 7 C an einem Beispiel erläutert. Auf den Fall, daß man hierbei die eine Linse als normal wählt, wird im Abschnitt 7 E näher eingegangen. Einen besonderen Hinweis verdient der Abschnitt 7 F und G, welcher von Messungen an geeigneten Linsenkombinationen handelt, wobei zumal die Fehlerrechnung und die Mittelbildung der beobachteten Werte von verschiedenem Gewicht Berücksichtigung findet. Um der Linsenwirkung der Ölschicht zwischen den Linsen Rechnung zu tragen, wird im Abschnitt 8 in Gestalt der Gleichung (56) ein einfacher Ausdruck für die Berichtigung abgeleitet, welche an der beobachteten Spaltweite (Entfernung zwischen Linsenscheitelpunkt und Autokollimationsspaltpunkt) anzubringen ist, damit die Gleichungen (32) bis (37) ihre volle Gültigkeit behalten.

Die bei den Messungen erzielbare Sicherheit ist aus der folgenden Tabelle 3 zu ersehen, in welcher die Ergebnisse einiger derartiger Autokollimationsprüfungen zusammengestellt sind.

Tabelle 3.

Wertangaben über die erreichte verbürgbare Unsicherheit in den Endergebnissen.

Linse	Linsendurchmesser β in mm	Brennweite f in mm	Unsicherheit Δf in mm	Unsicherheit in Prozenten
Plankonvex	60	16000	± 4	± 0,025
Bikonvex	60	17900	4	0,022
Plankonvex	60	47600	30	0,063
Plankonvex	60	55000	40	0,073
Plankonvex	60	86000	90	0,10
Plankonvex	24	16500	9	0,055

Verantwortlicher Schriftleiter: i. V. Dr. Ludwig Bewilogua, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig. — Druck: Bibliographisches Institut AG. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 4. — Printed in Germany.